

ПРОБНЕ  
ЗОВНІШНЄ НЕЗАЛЕЖНЕ ОЦІНЮВАННЯ  
З МАТЕМАТИКИ  
(ЗАВДАННЯ РІВНЯ СТАНДАРТУ)

Час виконання – 150 хвилин

Робота складається з 28 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–26 Ви маєте позначити в бланку **A**. Розв'язання завдань 27, 28 Ви маєте записати в бланку **B**.

Результат виконання **всіх** завдань буде зараховано як результат **державної підсумкової атестації** для випускників, які вивчали математику на **рівні стандарту**.

**Інструкція щодо роботи в зошиті**

1. Правила виконання завдань зазначено перед кожною новою формою завдань.
2. Рисунки до завдань виконано схематично, без строгого дотримання пропорцій.
3. Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання. Використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
4. Намагайтеся виконати всі завдання.
5. Ви можете скористатися довідковими матеріалами, наведеними на сторінках 2, 19, 20. Для зручності Ви можете їх відокремити відірвавши.

**Інструкція щодо заповнення бланків відповідей A та B**

1. У бланк **A** записуйте чітко, згідно з вимогами інструкції до кожної форми завдань, лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
2. Неправильно позначені, підчищені відповіді в бланку **A** буде зараховано як помилкові.
3. Якщо Ви позначили відповідь до якогось із завдань 1–20 у бланку **A** неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку та поставивши нову, як показано на зразках:



4. Якщо Ви записали відповідь до якогось із завдань 21–26 неправильно, то можете виправити її, записавши новий варіант відповіді в спеціально відведених місцях бланка **A**.
5. Виконавши завдання 27 та 28 у зошиті, акуратно запишіть їхні розв'язання в бланку **B**.
6. Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних у бланку **A**, та правильного розв'язання завдань 27, 28 у бланку **B**.

Ознайомившись з інструкціями, перевірте якість друку зошита та кількість сторінок. Їх має бути 20.

Позначте номер Вашого зошита у відповідному місці бланка **A** так:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Зичимо Вам успіху!**

## ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

### Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

### АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

#### Формули скороченого множення

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

#### Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0, \\ -a, & \text{якщо } a < 0 \end{cases}$$

#### Квадратне рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac \quad \text{— дискримінант}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \quad \text{якщо } D > 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}, \quad \text{якщо } D = 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

#### Степені

$$a^1 = a, \quad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ разів}} \quad \text{для } a \in \mathbb{R}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 2$$

$$a^0 = 1, \quad \text{де } a \neq 0 \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{для } a \neq 0, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad a > 0, \quad m \in \mathbb{Z}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 2$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

#### Логарифми

$$a > 0, \quad a \neq 1, \quad b > 0, \quad c > 0, \quad k \neq 0$$

$$a^{\log_a b} = b \quad \log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$$

#### Арифметична прогресія

$$a_n = a_1 + d(n - 1) \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

#### Геометрична прогресія

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (q \neq 1)$$

#### Теорія ймовірностей

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

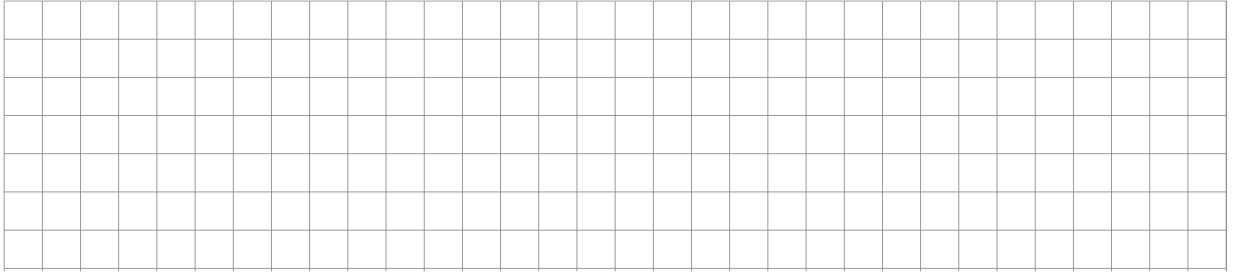
#### Комбінаторика

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n! \quad C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \quad A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

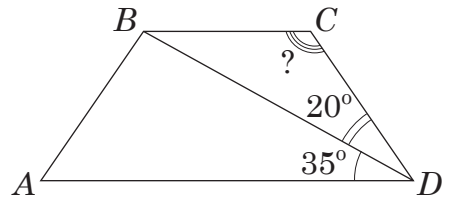


4. Розв'яжіть рівняння  $\frac{x}{10} = 2,5$ .

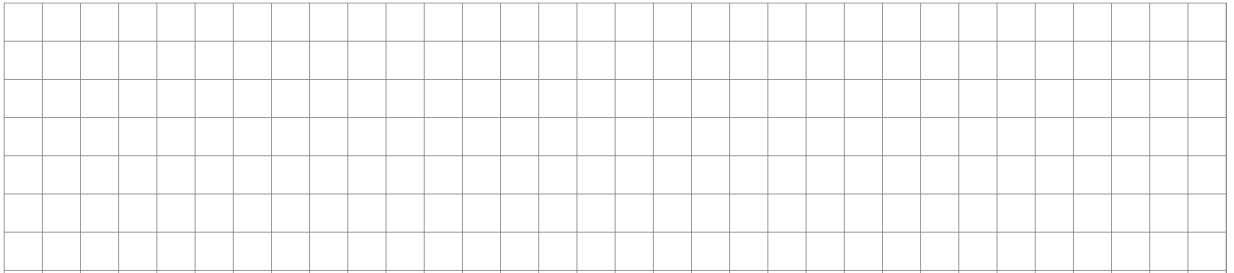
А	Б	В	Г
0,25	4	12,5	25



5. На рисунку зображено трапецію  $ABCD$ . Визначте градусну міру кута  $BCD$ , якщо  $\angle ADB = 35^\circ$ ,  $\angle BDC = 20^\circ$ .

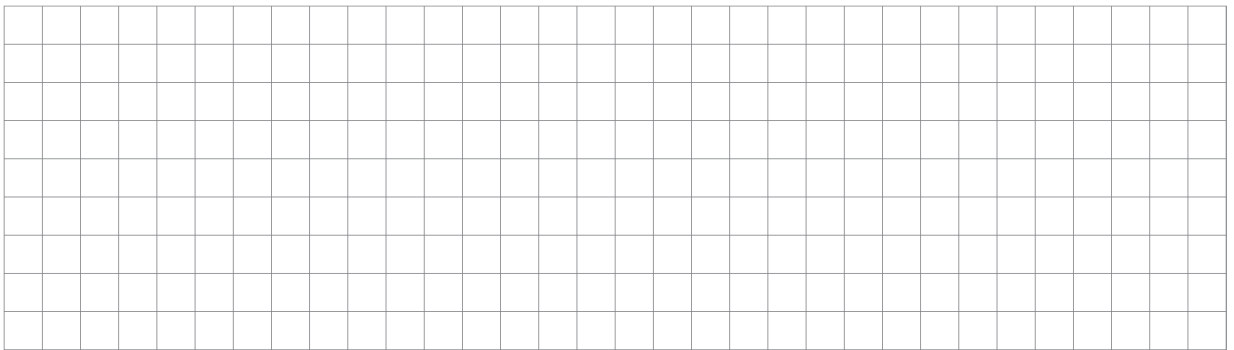
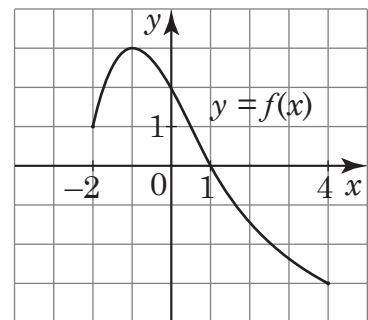


А	Б	В	Г	Д
$125^\circ$	$165^\circ$	$155^\circ$	$145^\circ$	$140^\circ$



6. На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$ , визначеної на проміжку  $[-2; 4]$ . Укажіть точку екстремуму цієї функції.

А	Б	В	Г	Д
$x_0 = -2$	$x_0 = -1$	$x_0 = 1$	$x_0 = 3$	$x_0 = 4$



7.  $(a - 4)^2 - a^2 =$

А	Б	В	Г	Д
$-8a + 16$	$8a + 16$	16	$-4a + 16$	$-4a + 8$


8. Період  $T$  електромагнітних коливань у коливальному контурі, що складається з послідовно з'єднаних конденсатора ємністю  $C$  й котушки з індуктивністю  $L$ , обчислюють за формулою Томсона  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ . Визначте із цієї формули індуктивність  $L$ .

А	Б	В	Г	Д
$L = \frac{T}{2\pi C}$	$L = \frac{2\pi C}{T}$	$L = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{T}{2\pi}}$	$L = \frac{4\pi^2 C}{T^2}$	$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}$


9.  $\frac{15^3}{3^2} =$

А	Б	В	Г	Д
5	15	125	375	675


10. Які з наведених тверджень є правильними?

- I. Діагоналі будь-якого паралелограма рівні.  
 II. Протилежні кути будь-якого паралелограма рівні.  
 III. Відстані від точки перетину діагоналей будь-якого паралелограма до його протилежних сторін рівні.

А	Б	В	Г	Д
лише II	лише I і III	I, II, III	лише I і II	лише II і III


11. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} 6(x + 5) + 10y = 3, \\ 2x = y + 4. \end{cases}$  Для одержаного розв'язку  $(x_0; y_0)$  укажіть суму  $x_0 + y_0$ .

А	Б	В	Г	Д
-2,5	-3,5	3,5	6,5	-1,5


12. Укажіть похідну функції  $f(x) = \frac{2x-3}{x}$ .

А  $f'(x) = \frac{3}{x^2}$

Б  $f'(x) = \frac{3}{x}$

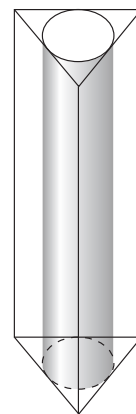
В  $f'(x) = \frac{4x-3}{x^2}$

Г  $f'(x) = -\frac{3}{x^2}$

Д  $f'(x) = 2$




16. Цукерку циліндричної форми висотою 10 см і радіусом основи 1 см запаковано в коробку, що має форму правильної трикутної призми (див. рисунок). Основи циліндра вписано у відповідні основи призми. Основи коробки (призми) виготовлено з поліетилену, а всі її бічні грані – з паперу. Визначте площу паперу, витраченого на виготовлення такої коробки. Укажіть відповідь, найближчу до точної. Витратами паперу на з'єднання граней коробки знехтуйте.



А	Б	В	Г	Д
55 см <sup>2</sup>	75 см <sup>2</sup>	105 см <sup>2</sup>	115 см <sup>2</sup>	135 см <sup>2</sup>





У завданнях 17–20 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у *бланку А* на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви). Усі інші види Вашого запису в *бланку А* комп’ютерна програма реєструватиме як помилки!

Будьте особливо уважні під час заповнення *бланку А*!  
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

17. Установіть відповідність між початком речення (1–3) і його закінченням (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

*Початок речення*

*Закінчення речення*

- 1 Графік функції  $y = -x^3$
- 2 Графік функції  $y = \sqrt{x}$
- 3 Графік функції  $y = \cos x$

- А розміщено лише в першій і другій координатних чвертях.
- Б має з графіком рівняння  $x^2 + y^2 = 9$  лише одну спільну точку.
- В симетричний відносно осі  $y$ .
- Г симетричний відносно початку координат.
- Д не має спільних точок із графіком рівняння  $x = 0$ .

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



18. Установіть відповідність між початком речення (1–3) і його закінченням (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

*Початок речення*

*Закінчення речення*

- 1 Трикутник, у якого центри вписаного й описаного кіл збігаються, зображено на
- 2 Трикутник, один із внутрішніх кутів якого дорівнює  $30^\circ$ , зображено на
- 3 Трикутник, у якого радіус описаного кола більший за 5 см, зображено на

- А рис. 1.
- Б рис. 2.
- В рис. 3.
- Г рис. 4.
- Д рис. 5.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

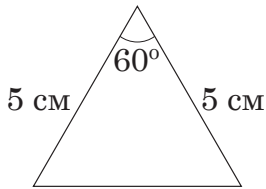


Рис. 1

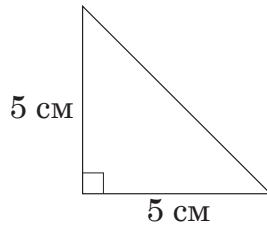


Рис. 2

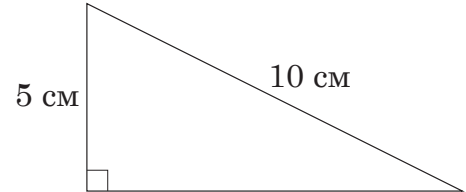


Рис. 3

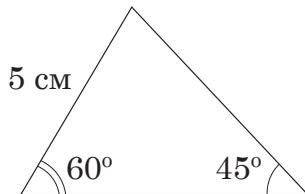


Рис. 4

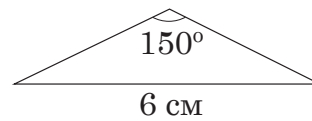
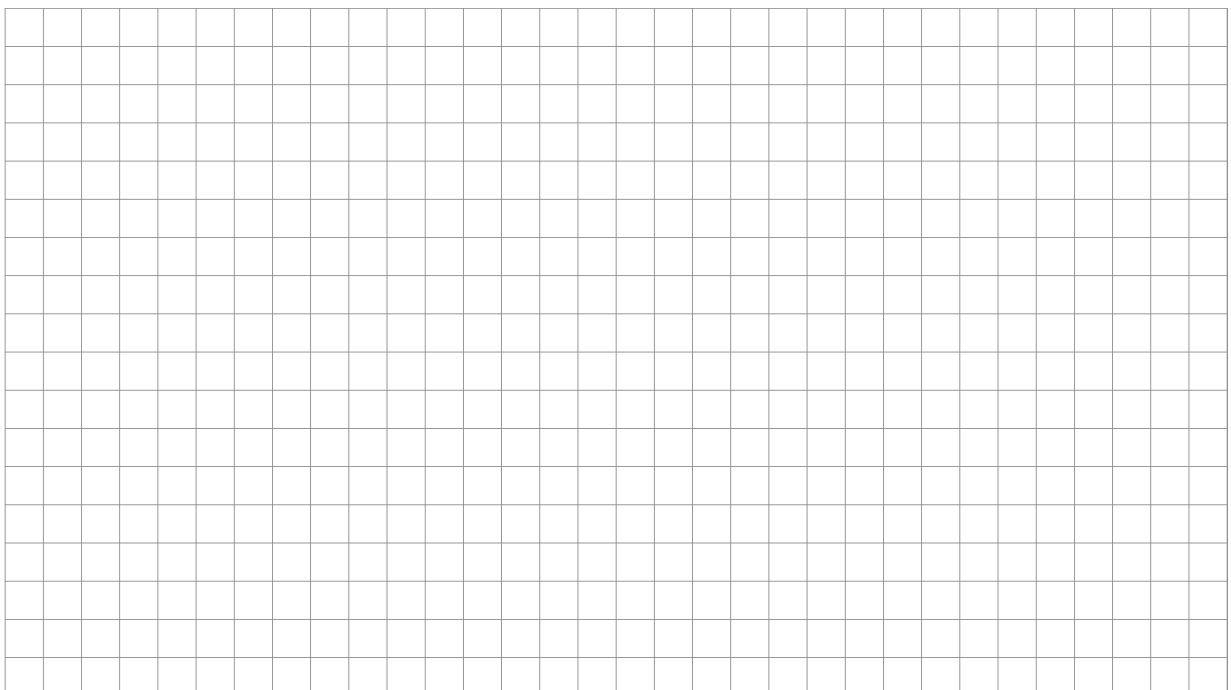


Рис. 5



19. Установіть відповідність між виразом (1–3) і проміжком (А – Д), якому належить значення цього виразу, якщо  $a = 4,5$ .

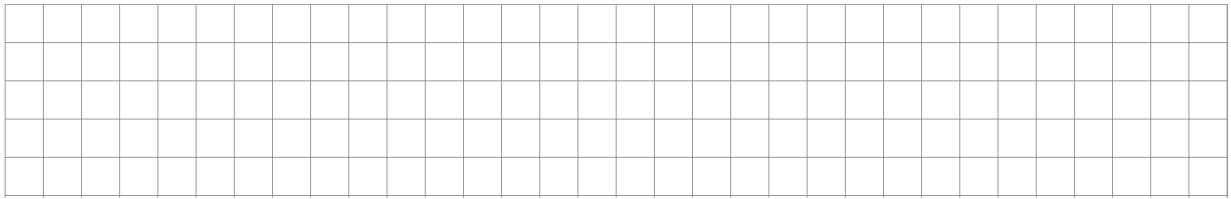
*Вираз*

- 1  $a - 2,7$
- 2  $\sqrt[3]{3,5 - a}$
- 3  $\log_5 a$

*Проміжок*

- А  $(-2; 0)$
- Б  $(0; 1)$
- В  $(1; 2)$
- Г  $(2; 3)$
- Д  $(3; 5)$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



20. Довжина кола основи конуса дорівнює  $36\pi$ , твірна нахилена до площини основи під кутом  $30^\circ$ . Установіть відповідність між відрізком (1–3) і його довжиною (А – Д).

*Відрізок*

- 1 радіус основи конуса
- 2 висота конуса
- 3 радіус сектора, що є розгорткою бічної поверхні конуса

*Довжина відрізка*

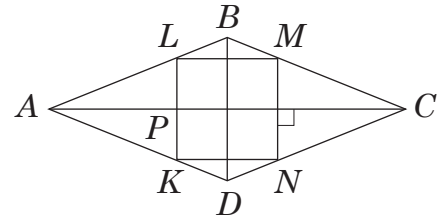
- А  $6\sqrt{3}$
- Б 18
- В  $12\sqrt{3}$
- Г 6
- Д 36

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					





22. У ромб  $ABCD$  вписано квадрат  $KLMN$ , сторона  $KL$  якого перетинає діагональ  $AC$  в точці  $P$  (див. рисунок).  $AL = 10$  см,  $AP = 8$  см.



1. Обчисліть довжину сторони квадрата  $KLMN$  (у см).



Відповідь: ,

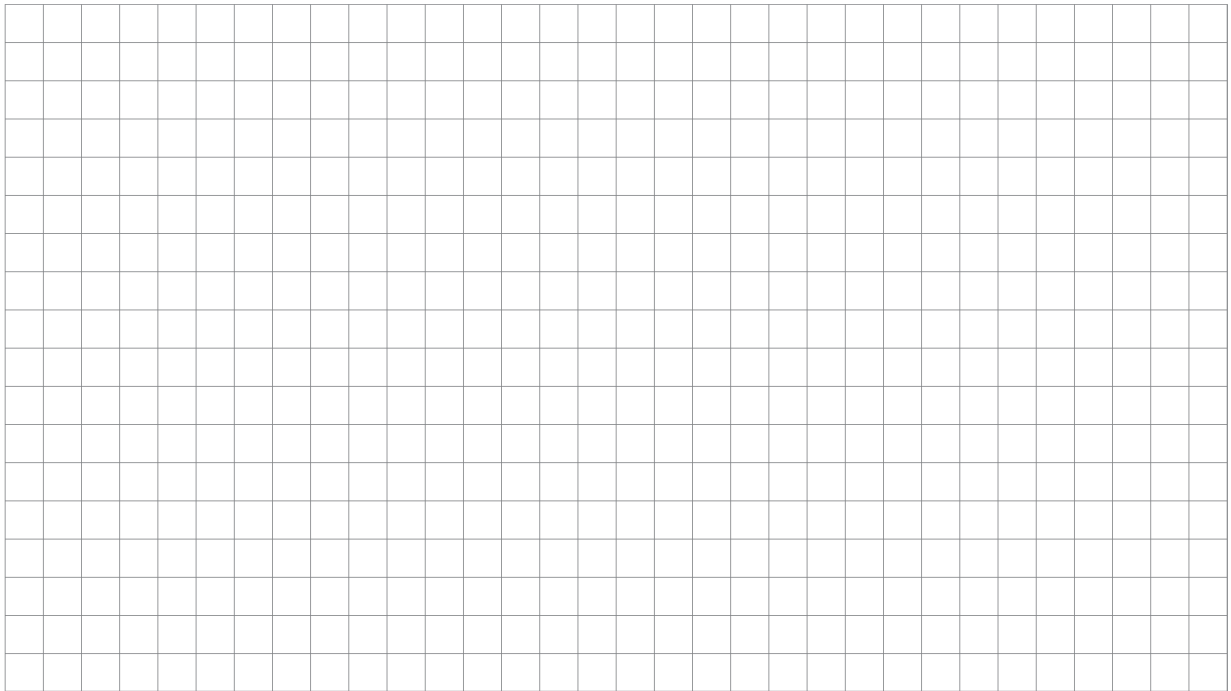
2. Обчисліть довжину діагоналі  $BD$  ромба  $ABCD$  (у см).



Відповідь: ,


23. У прямокутній системі координат у просторі початком вектора  $\vec{AB}$  (9; 12; -8) є точка  $A(3; -7; 11)$ .

1. Визначте ординату точки  $B$ .



Відповідь: ,

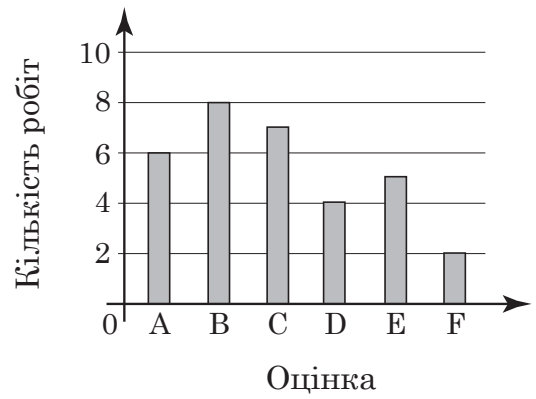
2. Обчисліть модуль вектора  $\vec{d} = 4\vec{AB} + \vec{BA}$ .



Відповідь: ,



25. На діаграмі відображено інформацію про результати складання письмового заліку студентами певної групи. Комісія з якості освіти розпочинає перевірку відповідності виставлених оцінок змісту залікових робіт студентів і відбирає для перевірки декілька робіт навмання. Яка ймовірність того, що першою буде відібрана робота з оцінкою D? Отриману відповідь округліть до сотих.




Відповідь:

26. Тривалість зеленого сигналу світлофора на 15 с довша за тривалість червоного сигналу й у дванадцять разів довша за тривалість жовтого сигналу. Яка тривалість (у с) червоного сигналу, якщо тривалість зеленого сигналу відноситься до сумарної тривалості червоного й жовтого сигналів як 3 до 2?


Відповідь:



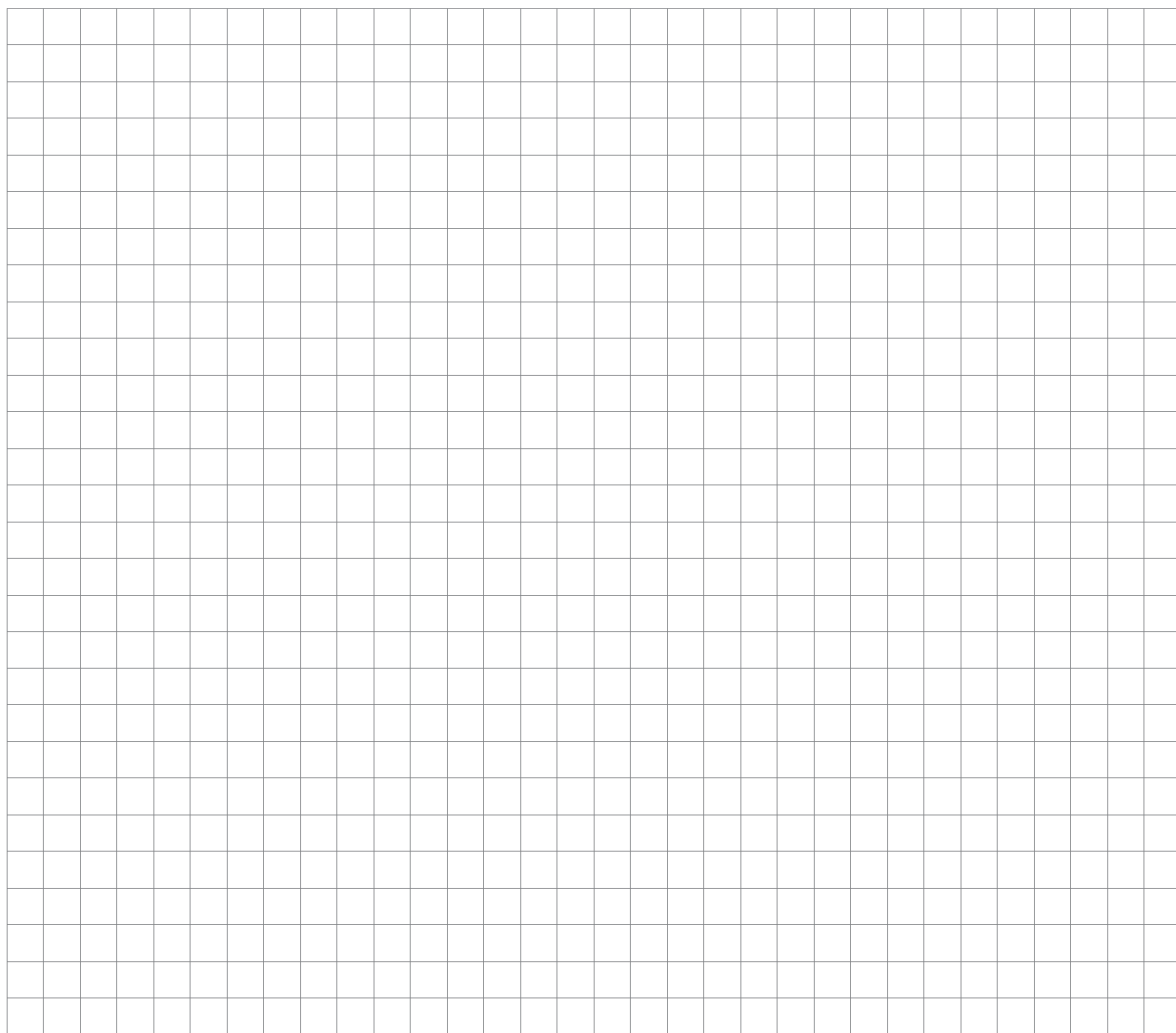
Розв'яжіть завдання 27, 28. Запишіть у бланку *Б* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

27. Задано функцію  $y = 2x + 8$ .

1. Для наведених у таблиці значень аргументу  $x$  і значень функції  $y$  визначте відповідні їм значення  $y$  та  $x$ .

$x$	$y$
0	
	0
9	

2. Запишіть координати точки  $M$  перетину графіка заданої функції з віссю  $x$ .
3. Знайдіть загальний вигляд первісних функції  $f(x) = 2x + 8$ .
4. Знайдіть первісну  $F(x)$  функції  $f$ , графік якої проходить через точку  $M$ .
5. Побудуйте графік функції  $F$ .
6. Визначте область значень функції  $G(x) = 3 \cdot F(x) + 1$ .



Відповідь:

28. У правильній чотирикутній піраміді  $SABCD$  плоский кут при вершині  $S$  піраміди дорівнює  $\beta$ . Довжина апофеми піраміди дорівнює 6.

1. Зобразіть на рисунку задану піраміду й позначте кут  $\beta$ .
2. Визначте довжину сторони основи піраміди  $SABCD$ .
3. Визначте об'єм піраміди  $SABCD$ .



Відповідь:

## Похідна функції

$C, a$  – сталі

$$(C)' = 0$$

$$x' = 1$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(u - v)' = u' - v'$$

$$(Cu)' = Cu'$$

## Первісна функції та визначений інтеграл

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$ , $C$ – довільна стала
0	$C$
1	$x + C$
$x^a, a \neq -1$	$\frac{x^{a+1}}{a+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln  x  + C$
$e^x$	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \text{ – формула Ньютона-Лейбніца}$$

## Тригонометрія

$$\sin \alpha = y_a \quad \cos \alpha = x_a \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

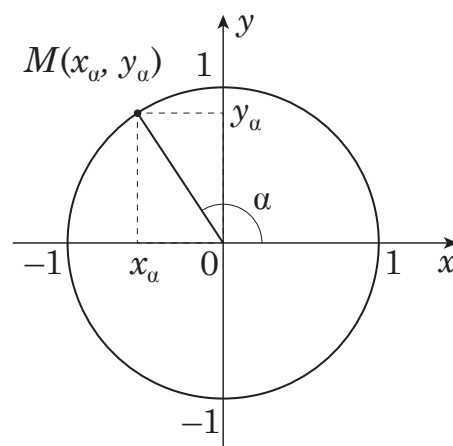
$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$



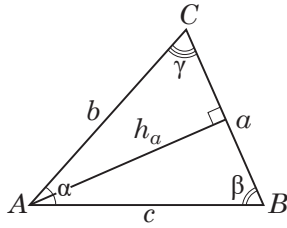
## Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

$\alpha$	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
	град	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0

# ГЕОМЕТРІЯ

Трикутники

## Довільний трикутник



$$p = \frac{a+b+c}{2} \quad \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

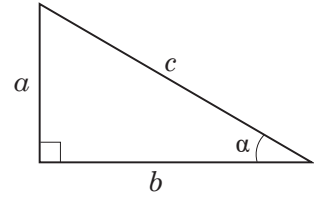
$R$  – радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABC$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a \quad S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

## Прямокутний трикутник

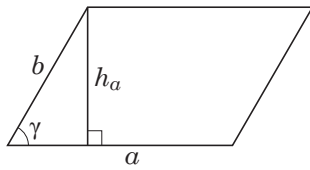
$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (теорема Піфагора)}$$

$$\frac{b}{c} = \cos \alpha \quad \frac{a}{c} = \sin \alpha \quad \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha$$



Чотирикутники

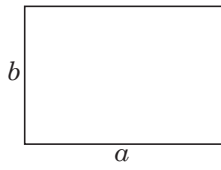
## Паралелограм



$$S = ab \sin \gamma$$

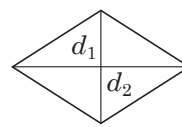
$$S = ah_a$$

## Прямокутник



$$S = ab$$

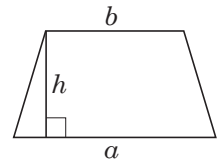
## Ромб



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2,$$

$d_1, d_2$  – діагоналі ромба

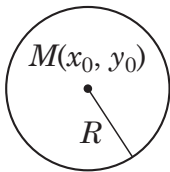
## Трапеція



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h,$$

$a$  і  $b$  – основи трапеції

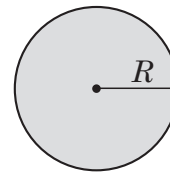
Коло



$$L = 2\pi R$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

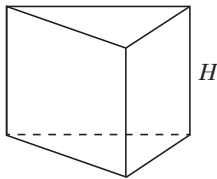
Круг



$$S = \pi R^2$$

Об'ємні фігури та тіла

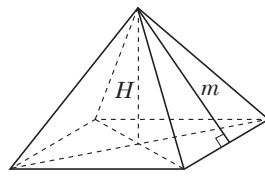
## Пряма призма



$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = P_{\text{осн}} \cdot H$$

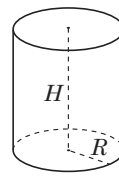
## Правильна піраміда



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot m$$

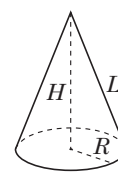
## Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_6 = 2\pi R H$$

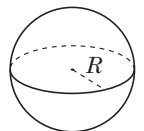
## Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_6 = \pi R L$$

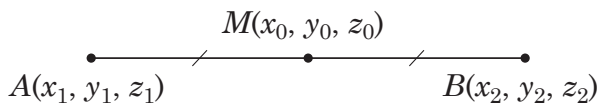
## Куля, сфера



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

## Координати та вектори



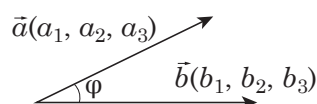
$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$\overline{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi$$

Кінець зошита