

## СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ

Час виконання – 210 хвилин

Робота складається з 34 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–29 Ви маєте позначити в бланку **A**. Розв'язання завдань 30–34 Ви маєте записати в бланках **B** та **B**.

Результат виконання **всіх** завдань буде використано під час **прийому до закладів вищої освіти**.

Результат виконання завдань **1–26, 30 і 31** буде зараховано як результат **державної підсумкової атестації** для випускників, які вивчали математику на **рівні стандарту**.

Результат виконання **всіх** завдань буде зараховано як результат **державної підсумкової атестації** для випускників, які вивчали математику на **профільному рівні**.

### Інструкція щодо роботи в зошиті

- Правила виконання завдань зазначені перед кожною новою формою завдань.
- Рисунки до завдань виконано схематично, без строгого дотримання пропорцій.
- Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання. Використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
- Намагайтеся виконати всі завдання.
- Ви можете скористатися довідковими матеріалами, наведеними на сторінках 2, 23, 24. Для зручності Ви можете їх відокремити відірвавши.

### Інструкція щодо заповнення бланків відповідей **A, B** та **B**

- У бланк **A** записуйте чітко, згідно з вимогами інструкції до кожної форми завдань, лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
- Неправильно позначені, підчищені відповіді в бланку **A** буде зараховано як помилкові.
- Якщо Ви позначили відповідь до якогось із завдань 1–20 в бланку **A** неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку та поставивши нову, як показано на зразках:



- Якщо Ви записали відповідь до якогось із завдань 21–29 неправильно, то можете виправити її, записавши новий варіант відповіді в спеціально відведених місцях бланка **A**.
- Виконавши завдання 30, 31 та 32–34 в зошиті, акуратно запишіть їхні розв'язання в бланках **B** та **B**.
- Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних у бланку **A**, та правильного розв'язання завдань 30–34 в бланках **B** та **B**.

Ознайомившись з інструкціями, перевірте якість друку зошита та кількість сторінок. Їх має бути 24.

Позначте номер Вашого зошита у відповідному місці бланка **A** так:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X														

Зичимо Вам успіху!

ЗНО-2021

СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА

З МАТЕМАТИКИ



Ліліана Захарійченко

експертка Українського центру

Для проведення ДПА укладено  
2 варіанти сертифікаційних робіт:

- 1) СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ  
(ЗАВДАННЯ РІВНЯ СТАНДАРТУ)
- 2) СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ

УКРАЇНСЬКИЙ ЦЕНТР ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ ОСВІТИ

ЗОВНІШНЄ НЕЗАЛЕЖНЕ ОЦІНЮВАННЯ 2021

**Зошит 1**

**СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ (ЗАВДАННЯ РІВНЯ СТАНДАРТУ)**

Час виконання – 150 хвилин

Робота складається з 28 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–26 Ви маєте позначити в бланку А. Розв'язання завдань 27, 28 Ви маєте записати в бланку Б.

Результат виконання всіх завдань буде зараховано як результат державної підсумкової атестації для випускників, які вивчали математику на рівні стандарту.

**Інструкція щодо роботи в зошиті**

1. Правила виконання завдань зазначені перед кожною новою формою завдань.
2. Рисунки до завдань виконано схематично, без строгого дотримання пропорцій.
3. Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання. Використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
4. Намагайтеся виконати всі завдання.
5. Ви можете скористатися довідковими матеріалами, наведеними на сторінках 2, 19, 20. Для зручності Ви можете їх відокремити відірвавши.

**Інструкція щодо заповнення бланків відповідей А та Б**

1. У бланк А записуйте чітко, згідно з вимогами інструкції до кожної форми завдань, лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
2. Неправильно позначені, підчिщені відповіді в бланку А буде зараховано як помилкові.
3. Якщо Ви позначили відповідь до якогось із завдань 1–20 в бланку А неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку та поставивши нову, як показано на зразок:
 

А	Б	В	Г
■	×	■	×
4. Якщо Ви записали відповідь до якогось із завдань 21–26 неправильно, то можете виправити її, записавши новий варіант відповіді в спеціально відведених місцях бланка А.
5. Виконавши завдання 27 та 28 в зошиті, акуратно запишіть їхні розв'язання в бланку Б.
6. Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних у бланку А, та правильного розв'язання завдань 27, 28 в бланку Б.

Ознайомившись з інструкціями, перевірте якість друку зошита та кількість сторінок. Їх має бути 20.

Позначте номер Вашого зошита у відповідному місці бланка А так:

УКРАЇНСЬКИЙ ЦЕНТР ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ ОСВІТИ

ЗОВНІШНЄ НЕЗАЛЕЖНЕ ОЦІНЮВАННЯ 2021

**Зошит 1**

**СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ**

Час виконання – 210 хвилин

Робота складається з 34 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–29 Ви маєте позначити в бланку А. Розв'язання завдань 30–34 Ви маєте записати в бланках Б та В.

Результат виконання всіх завдань буде використано під час прийому до закладів вищої освіти.

Результат виконання завдань 1–26, 30 і 31 буде зараховано як результат державної підсумкової атестації для випускників, які вивчали математику на рівні стандарту.

Результат виконання всіх завдань буде зараховано як результат державної підсумкової атестації для випускників, які вивчали математику на профільному рівні.

**Інструкція щодо роботи в зошиті**

1. Правила виконання завдань зазначені перед кожною новою формою завдань.
2. Рисунки до завдань виконано схематично, без строгого дотримання пропорцій.
3. Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання. Використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
4. Намагайтеся виконати всі завдання.
5. Ви можете скористатися довідковими матеріалами, наведеними на сторінках 2, 23, 24. Для зручності Ви можете їх відокремити відірвавши.

**Інструкція щодо заповнення бланків відповідей А, Б та В**

1. У бланк А записуйте чітко, згідно з вимогами інструкції до кожної форми завдань, лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
2. Неправильно позначені, підчищені відповіді в бланку А буде зараховано як помилкові.
3. Якщо Ви позначили відповідь до якогось із завдань 1–20 в бланку А неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку та поставивши нову, як показано на зразок:
 

А	Б	В	Г
■	×	■	×
4. Якщо Ви записали відповідь до якогось із завдань 21–29 неправильно, то можете виправити її, записавши новий варіант відповіді в спеціально відведених місцях бланка А.

У тестовому зошиті вміщено  
довідкові матеріали

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

**АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ**

**Формули скороченого множення**

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

**Квадратне рівняння**

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac - \text{дискримінант}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \text{ якщо } D > 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}, \text{ якщо } D = 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

**Модуль числа**

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0, \\ -a, & \text{якщо } a < 0 \end{cases}$$

**Степені**

$$a^1 = a, a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ разів}} \text{ для } a \in R, n \in N, n \geq 2$$

$$a^0 = 1, \text{ де } a \neq 0, \sqrt{a^2} = |a|$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ для } a \neq 0, n \in N$$

$$a^m = \sqrt[n]{a^m}, a > 0, m \in Z, n \in N, n \geq 2$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}, \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}, (a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x, \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

**Логарифми**

$$a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, k \neq 0$$

$$a^{\log_a b} = b, \log_a a = 1, \log_a 1 = 0$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$\log_a b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b^k$$

**Арифметична прогресія**

$$a_n = a_1 + d(n - 1), S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

**Геометрична прогресія**

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, (q \neq 1)$$

**Теорія ймовірностей**

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

**Комбінаторика**

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!, C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}, A_n^k = \frac{n!}{(n - k)!}$$


Зміст сертифікаційної роботи визначатиметься новою  
**ПРОГРАМОЮ ЗНО з математики**, затвердженою  
 Міністерством освіти і науки України

ЗАТВЕРДЖЕНО

Наказ Міністерства освіти і науки України

від 04 12 2019 року № 1573



**АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ**

Розділ: ЧИСЛА І ВИРАЗИ

Назва розділу, теми	спільне Зміст навчального матеріалу		Компетентності (здатності)	
	Рівень стандарту і профільний рівень	Тільки профільний рівень	Рівень стандарту і профільний рівень	Тільки профільний рівень
Дійсні числа (натуральні, раціональні та ірраціональні), порівняння чисел та дії з ними	<ul style="list-style-type: none"> <li>- властивості дій з дійсними числами;</li> <li>- правила порівняння дійсних чисел;</li> <li>- ознаки подільності чисел на 2, 3, 5, 9, 10;</li> <li>- правила знаходження найбільшого спільного дільника та найменшого спільного кратного чисел;</li> <li>- правила округлення цілих чисел і десяткових дробів;</li> <li>- означення кореня <math>n</math>-го степеня та арифметичного кореня <math>n</math>-го степеня;</li> <li>- властивості коренів;</li> </ul>	<p><b>характерне тільки для цього рівня</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- розрізняти види чисел та числових проміжків;</li> <li>- порівнювати дійсні числа;</li> <li>- виконувати дії з дійсними числами;</li> <li>- використовувати ознаки подільності;</li> <li>- знаходити найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне двох чисел;</li> <li>- знаходити неповну частку та остачу від ділення одного натурального числа на інше;</li> <li>- перетворювати звичайний дріб у десятковий;</li> <li>- округлювати цілі числа й десяткові дробі;</li> <li>- використовувати властивості модуля до</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- знаходити найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне кількох чисел;</li> <li>- перетворювати нескінченний періодичний дріб у звичайний</li> </ul>



# структура сертифікаційних робіт

№ 1 - 16

з вибором  
однієї  
правильної  
відповіді

Бланк А

№ 1 - 16

№ 17 - 20

на  
встановлення  
відповідності  
("логічні пари")

Бланк А

№ 17 - 20

№ 21 - 26

відкритої  
форми з  
короткою  
відповіддю

Бланк А

№ 21 - 26

№ 27 - 29

відкритої  
форми з  
короткою  
відповіддю

Бланк А

№ 30, 31

відкритої  
форми з  
розгорнутою  
відповіддю


Бланк Б

№ 30, 31  
(27, 28)


№ 32 - 34

відкритої  
форми з  
розгорнутою  
відповіддю

Бланк В

210 хв 

профільний рівень  
і рівень стандарту

150 хв 

рівень стандарту



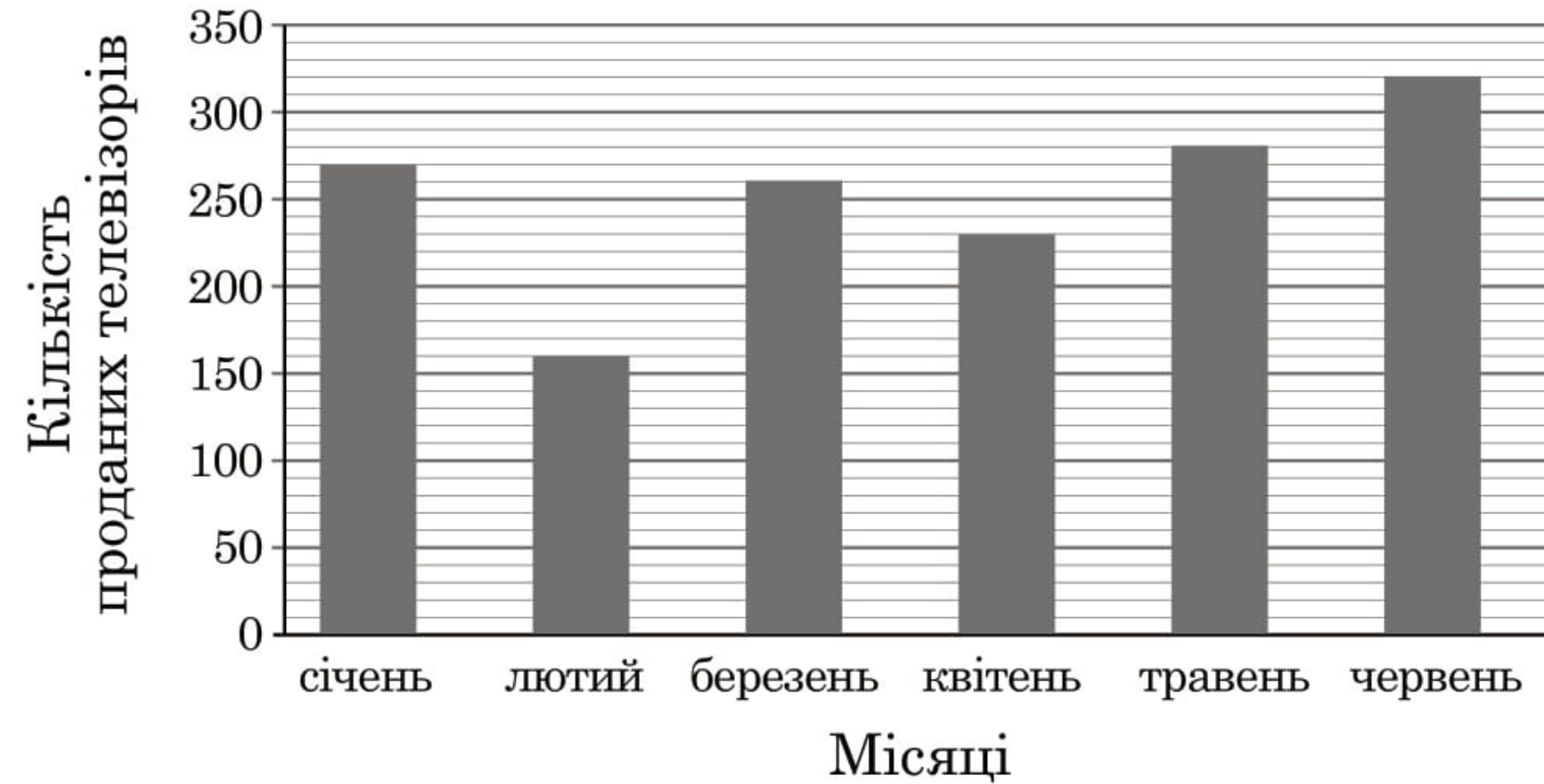
ПОПРАЦЮЄМО?



## завдання з вибором однієї правильної відповіді

№  
1

На діаграмі відображено інформацію про кількість проданих телевізорів у супермаркеті побутової техніки протягом перших шести місяців року. Яке з наведених тверджень є правильним?



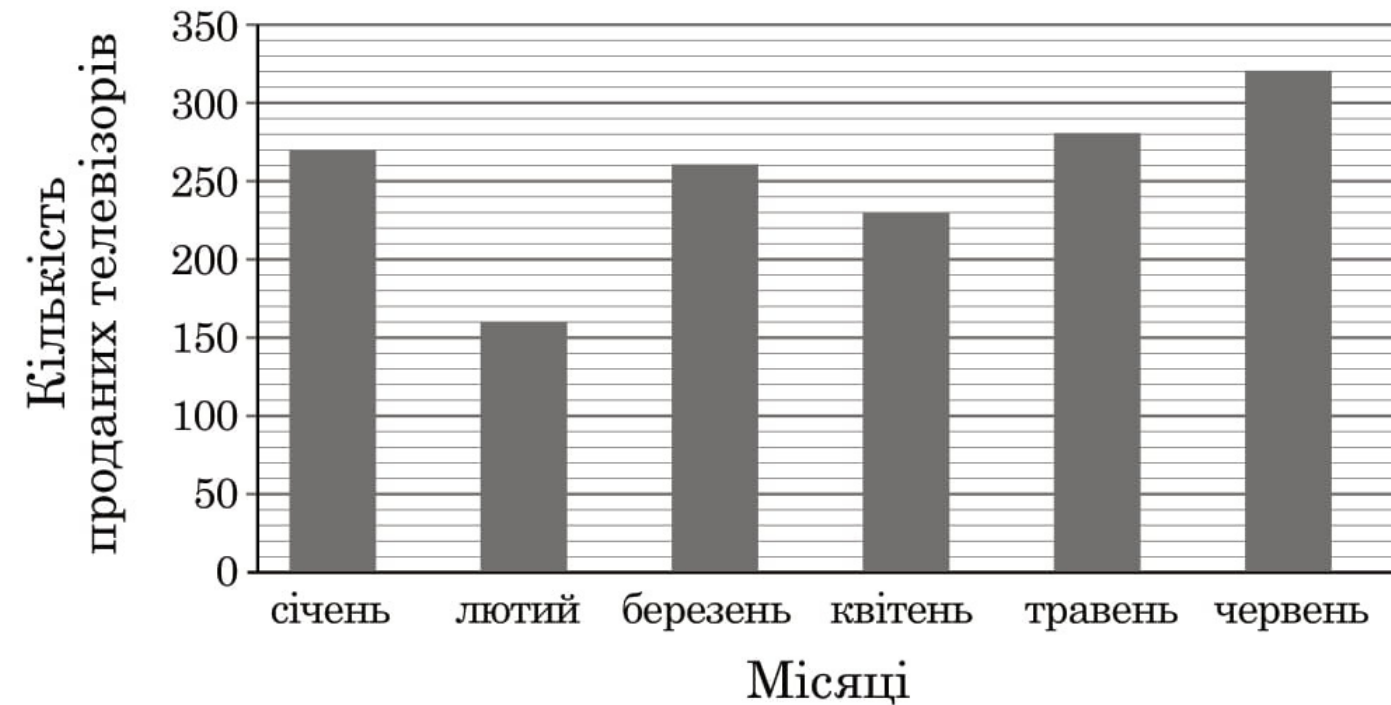
А	Б	В	Г
найменшу кількість телевізорів продано у квітні	у січні продано 240 телевізорів	у березні продано телевізорів більше, ніж у лютому	у червні продано менше трьохсот телевізорів



## завдання з вибором однієї правильної відповіді

№  
1

На діаграмі відображено інформацію про кількість проданих телевізорів у супермаркеті побутової техніки протягом перших шести місяців року. Яке з наведених тверджень є правильним?



А	Б	В	Г
найменшу кількість телевізорів продано у квітні	у січні продано 240 телевізорів	у березні продано телевізорів більше, ніж у лютому	у червні продано менше трьохсот телевізорів

- А ні, найменшу кількість продано у лютому  
Б ні, у січні продано більше 250 телевізорів  
В так, у березні продано більше, ніж у лютому  
Г ні, у червні продано більше 300 телевізорів

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



завдання з вибором однієї правильної відповіді

№  
2

Кожен із 40 учасників семінару має бути забезпечений двома однаковими пляшками води. Укажіть *найменшу* кількість упаковок, кожна з яких містить 12 пляшок води, яких вистачить для всіх учасників семінару.

А	Б	В	Г
8	7	6	3





№  
2

завдання з вибором однієї правильної відповіді

Кожен із 40 учасників семінару має бути забезпечений двома однаковими пляшками води. Укажіть *найменшу* кількість упаковок, кожна з яких містить 12 пляшок води, яких вистачить для всіх учасників семінару.

А	Б	В	Г
8	7	6	3

$$40 \cdot 2 = 80 \text{ (пляшок)}$$

$$80 : 12 = 6 \frac{8}{12} > 6 \text{ (упаковок)}$$

А Б В Г Д

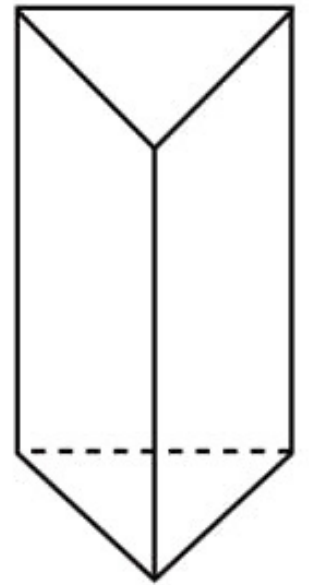


завдання з вибором однієї правильної відповіді

№  
3

На рисунку зображено пряму трикутну призму. Її бічною гранню є

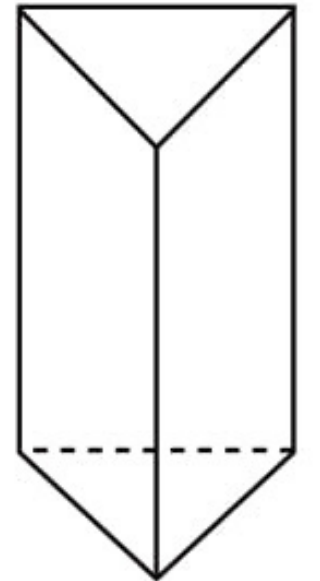
- А трикутник
- Б паралелограм, що не є прямокутником
- В відрізок
- Г прямокутник



№  
3

На рисунку зображено пряму трикутну призму. Її бічною гранню є

- А трикутник
- Б паралелограм, що не є прямокутником
- В відрізок
- Г прямокутник



А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



завдання з вибором однієї правильної відповіді

№  
4

Розв'яжіть рівняння  $x^2 - 8x + 15 = 0$ .

А	Б	В	Г
3; 5	-3; -5	-3; 5	3; -5



№  
4

завдання з вибором однієї правильної відповіді

Розв'яжіть рівняння  $x^2 - 8x + 15 = 0$ .

А	Б	В	Г
3; 5	-3; -5	-3; 5	3; -5

Квадратне рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$D = (-8)^2 - 4 \cdot 15 = 4$$

$$x_1 = \frac{8 - \sqrt{4}}{2} = 3,$$

$$x_2 = \frac{8 + \sqrt{4}}{2} = 5$$

Теорема Вієта

$$x_1 \cdot x_2 = c$$

$$x_1 + x_2 = -b$$

А Б В Г Д

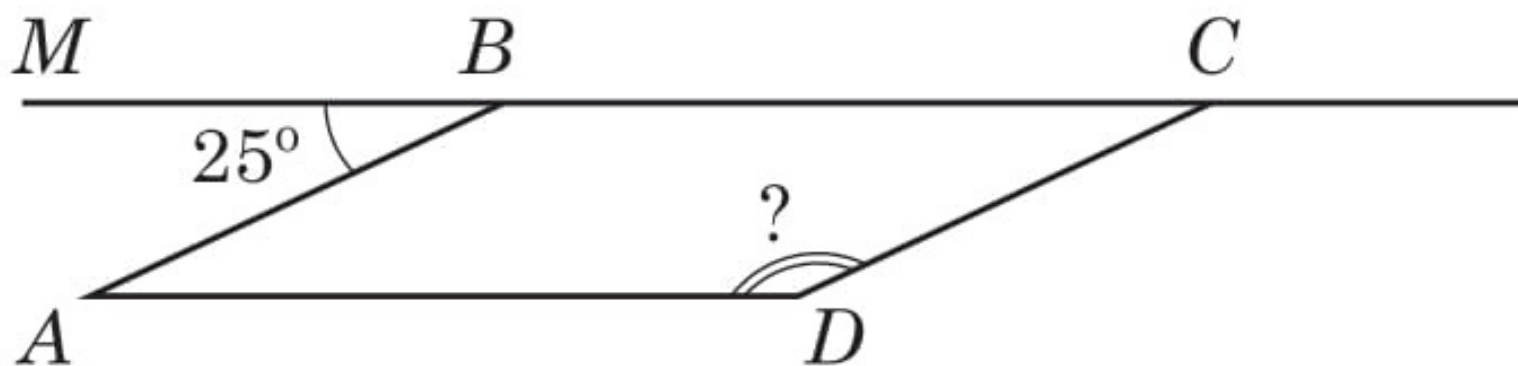
✗



№  
5

завдання з вибором однієї правильної відповіді

На рисунку зображено паралелограм  $ABCD$ , точка  $B$  лежить на прямій  $MC$ .  
Визначте градусну міру кута  $CDA$ , якщо  $\angle MBA = 25^\circ$ .



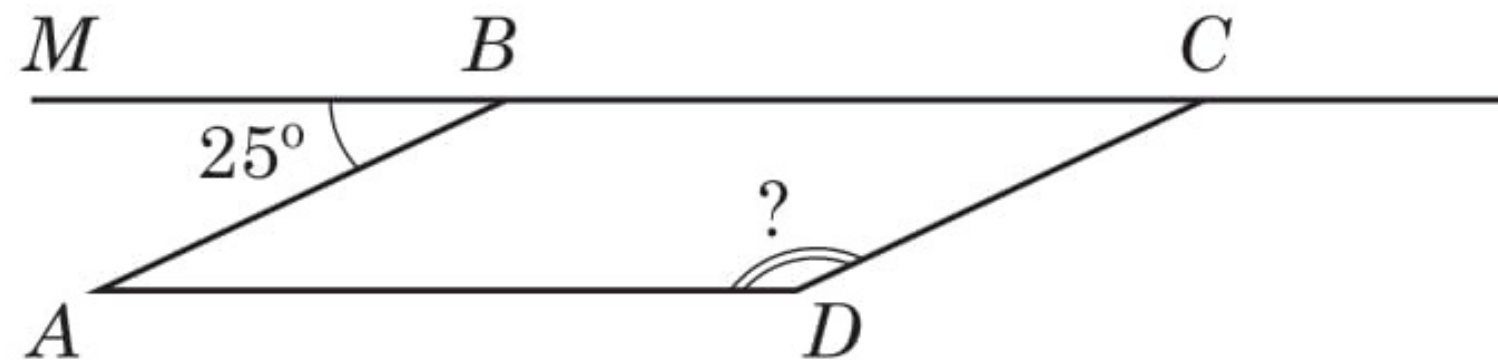
А	Б	В	Г	Д
$115^\circ$	$65^\circ$	$175^\circ$	$165^\circ$	$155^\circ$



№  
5

завдання з вибором однієї правильної відповіді

На рисунку зображено паралелограм  $ABCD$ , точка  $B$  лежить на прямій  $MC$ .  
Визначте градусну міру кута  $CDA$ , якщо  $\angle MBA = 25^\circ$ .



А	Б	В	Г	Д
115°	65°	175°	165°	155°

$$\angle ABC + \angle MBA = 180^\circ \text{ (як суміжні)}$$

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle MBA = 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$$

$$\angle CDA = \angle ABC = 155^\circ \text{ (як протилежні кути паралелограма)}$$

А Б В Г Д



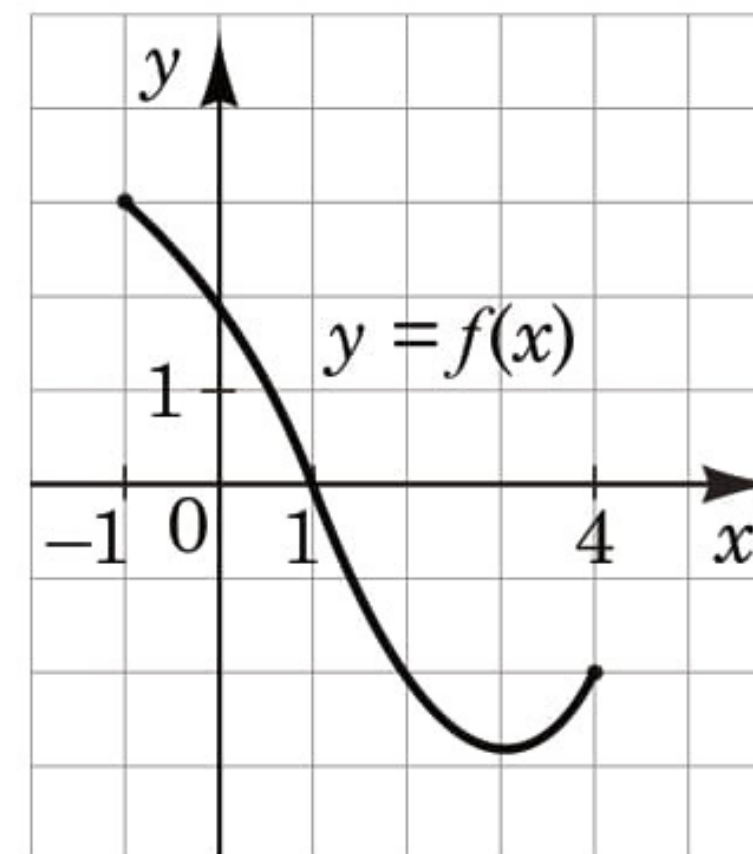
№

6

завдання з вибором однієї правильної відповіді

На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$ , визначеної на проміжку  $[-1; 4]$ . Укажіть поміж наведених координати точки, що належить цьому графіку.

А	Б	В	Г	Д
(2; 0)	(0; 1)	(-2; 2)	(4; -2)	(-2; 4)



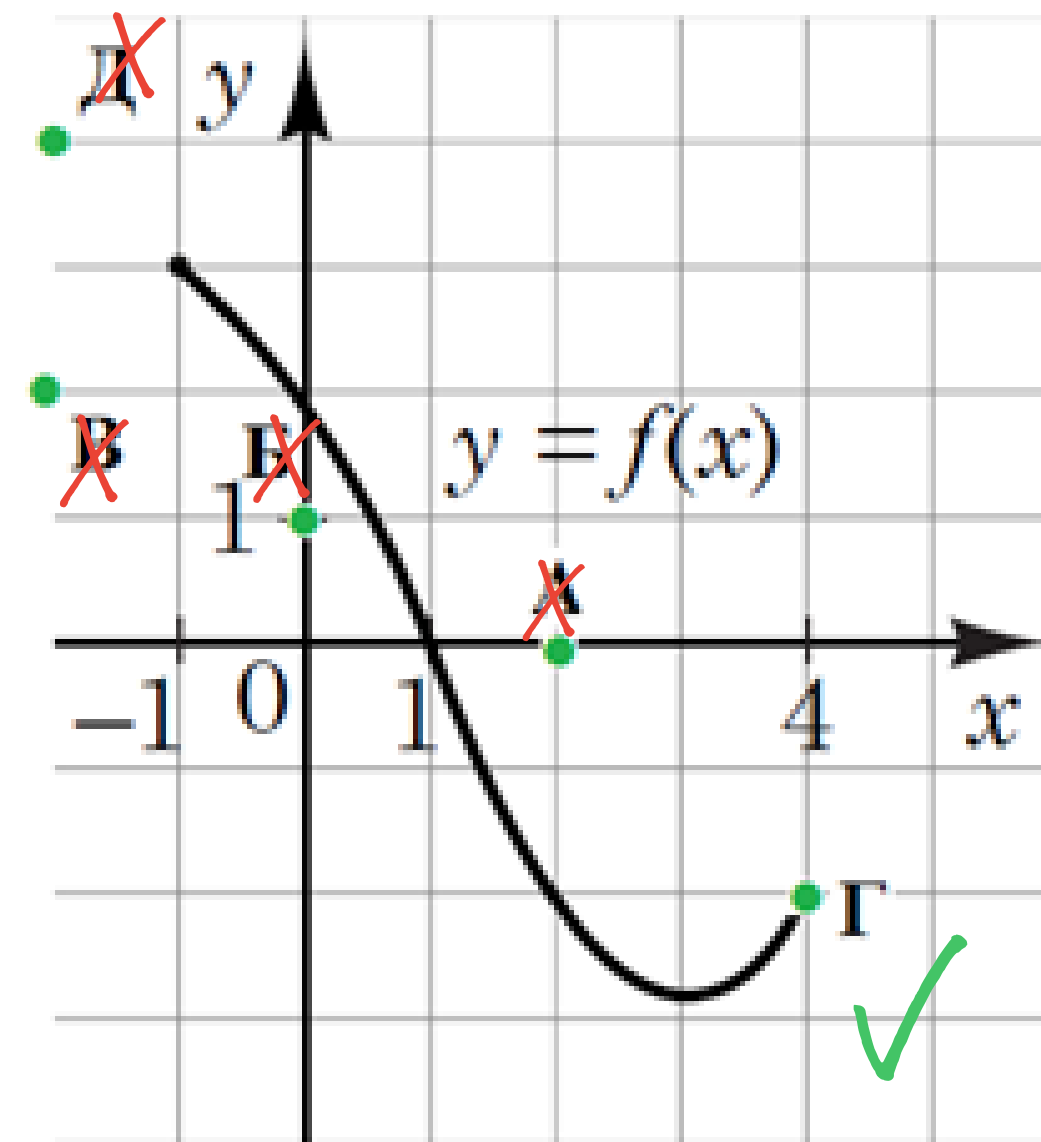


№  
6

завдання з вибором однієї правильної відповіді

На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$ , визначеної на проміжку  $[-1; 4]$ . Укажіть поміж наведених координати точки, що належить цьому графіку.

А	Б	В	Г	Д
(2; 0)	(0; 1)	(-2; 2)	(4; -2)	(-2; 4)



А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



завдання з вибором однієї правильної відповіді

№  
7

$$(\sqrt{2} - a)(\sqrt{2} + a) =$$

А	Б	В	Г	Д
$2 - a$	$2 - a^2$	$\sqrt{2} - a^2$	$2 - \sqrt{a}$	$\sqrt[4]{2} - a^2$



№  
7

$$(\sqrt{2} - a)(\sqrt{2} + a) =$$

А	Б	В	Г	Д
$2 - a$	$2 - a^2$	$\sqrt{2} - a^2$	$2 - \sqrt{a}$	$\sqrt[4]{2} - a^2$

Формули скороченого множення

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

А Б В Г Д

$$(\sqrt{2} - a)(\sqrt{2} + a) = (\sqrt{2})^2 - a^2 = 2 - a^2$$



завдання з вибором однієї правильної відповіді

№  
8

Значення температури  $F$  за шкалою Фаренгейта пов'язане зі значенням температури  $C$  за шкалою Цельсія співвідношенням  $F = 1,8 \cdot C + 32$ . Скільки градусів показуватиме термометр зі шкалою Фаренгейта, якщо за таких самих умов термометр зі шкалою Цельсія показуватиме  $50\text{ }^\circ\text{C}$ ?

А	Б	В	Г	Д
$-10\text{ }^\circ\text{F}$	$122\text{ }^\circ\text{F}$	$10\text{ }^\circ\text{F}$	$41\text{ }^\circ\text{F}$	$932\text{ }^\circ\text{F}$



завдання з вибором однієї правильної відповіді

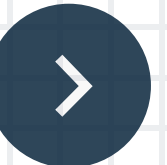
№  
8

Значення температури  $F$  за шкалою Фаренгейта пов'язане зі значенням температури  $C$  за шкалою Цельсія співвідношенням  $F = 1,8 \cdot C + 32$ . Скільки градусів показуватиме термометр зі шкалою Фаренгейта, якщо за таких самих умов термометр зі шкалою Цельсія показуватиме  $50\text{ }^\circ\text{C}$ ?

А	Б	В	Г	Д
$-10\text{ }^\circ\text{F}$	$122\text{ }^\circ\text{F}$	$10\text{ }^\circ\text{F}$	$41\text{ }^\circ\text{F}$	$932\text{ }^\circ\text{F}$

$$F = 1,8 \cdot C + 32 = 1,8 \cdot 50 + 32 = 122$$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



завдання з вибором однієї правильної відповіді

№  
9

Спростіть вираз  $\frac{(2x^2)^3}{4x^9}$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{x^3}$	$\frac{2}{x^4}$	$\frac{4}{x^3}$	$\frac{3}{2x^4}$	$\frac{1}{2x}$



№

9

завдання з вибором однієї правильної відповіді

Спростіть вираз  $\frac{(2x^2)^3}{4x^9}$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{x^3}$	$\frac{2}{x^4}$	$\frac{4}{x^3}$	$\frac{3}{2x^4}$	$\frac{1}{2x}$

Степені

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x$$

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\frac{(2x^2)^3}{4x^9} = \frac{2^3 (x^2)^3}{4x^9} = \frac{8 \cdot x^{2 \cdot 3}}{4x^9} = \frac{2x^6}{x^9} = \frac{2}{x^3}$$

А Б В Г Д

✗



№  
10

Які з наведених тверджень є правильними?

- I. Протилежні сторони будь-якого паралелограма рівні.
- II. Довжина сторони будь-якого трикутника менша за суму довжин двох інших його сторін.
- III. Довжина сторони будь-якого квадрата вдвічі менша за його периметр.

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише I та III	лише I та II	лише II та III	I, II та III





Які з наведених тверджень є правильними?

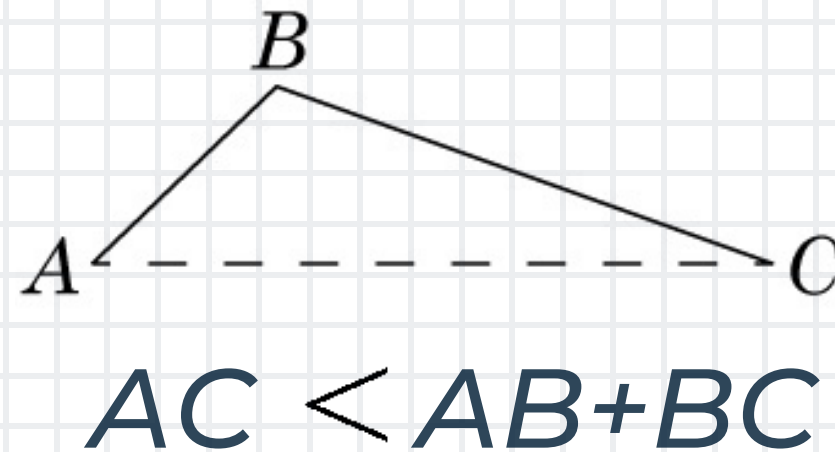
- I. Протилежні сторони будь-якого паралелограма рівні.
- II. Довжина сторони будь-якого трикутника менша за суму довжин двох інших його сторін.
- III. Довжина сторони будь-якого квадрата вдвічі менша за його периметр.

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише I та III	лише I та II	лише II та III	I, II та III

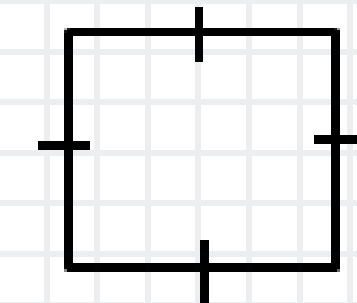
I  
Так



II  
Так

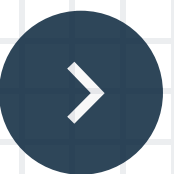


III  
Ні



$$P = 4a \neq 2a$$

А	Б	В	Г	Д
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Розв'яжіть систему рівнянь  
обчисліть добуток  $x_0 \cdot y_0$ .

$$\begin{cases} 10x - 4y = 26, \\ 6x + 4y = 6. \end{cases}$$

Для одержаного розв'язку  $(x_0; y_0)$

А	Б	В	Г	Д
-3	-6	4	6	3

$$+ \begin{cases} 10x - 4y = 26 \\ 6x + 4y = 6 \end{cases}$$

---

$$16x + 0 = 32$$

$$x = 2, \begin{cases} x = 2 \\ 6 \cdot 2 + 4y = 6 \end{cases}, \begin{cases} x = 2 \\ y = -1,5 \end{cases}$$

$$x_0 = 2, y_0 = -1,5, x_0 \cdot y_0 = 2 \cdot (-1,5) = -3$$

А Б В Г Д

✗



Укажіть похідну функції  $f(x) = 4x^3 + \operatorname{tg} x$ .

А  $f'(x) = 12x^2 + \frac{1}{\operatorname{tg} x}$

Б  $f'(x) = 12x - \frac{1}{\operatorname{tg} x}$

В  $f'(x) = x^4 + \frac{1}{\cos^2 x}$

Г  $f'(x) = 12x^2 + \frac{1}{\cos^2 x}$

Д  $f'(x) = x^4 - \frac{1}{\operatorname{tg} x}$



№  
12

завдання з вибором однієї правильної відповіді

Укажіть похідну функції  $f(x) = 4x^3 + \operatorname{tg} x$ .

А  $f'(x) = 12x^2 + \frac{1}{\operatorname{tg} x}$

Б  $f'(x) = 12x - \frac{1}{\operatorname{tg} x}$

В  $f'(x) = x^4 + \frac{1}{\cos^2 x}$

Г  $f'(x) = 12x^2 + \frac{1}{\cos^2 x}$

Д  $f'(x) = x^4 - \frac{1}{\operatorname{tg} x}$

Похідна функції

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(cu)' = cu'$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$f'(x) = (4x^3)' + (\operatorname{tg} x)' = 4 \cdot 3x^2 + \frac{1}{\cos^2 x} = 12x^2 + \frac{1}{\cos^2 x}$$

А Б В Г Д



№  
13

Розв'яжіть нерівність  $10^{x+1} > 0,01$ .

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -3)$	$(-\infty; -2)$	$(-3; +\infty)$	$(-2; +\infty)$	$(1; +\infty)$



№  
13

Розв'яжіть нерівність  $10^{x+1} > 0,01$ .

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -3)$	$(-\infty; -2)$	$(-3; +\infty)$	$(-2; +\infty)$	$(1; +\infty)$

$10^{x+1} > 10^{-2}$ , оскільки  $10 > 1$ , то ця нерівність рівносильна нерівності

$$x+1 > -2$$

$$x > -3$$

А Б В Г Д



№  
14

завдання з вибором однієї правильної відповіді

Обчисліть  $\cos 210^\circ$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$



завдання з вибором однієї правильної відповіді

№  
14

Обчисліть  $\cos 210^\circ$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

формула зведення

$$\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

А Б В Г Д





Площа бічної поверхні циліндра дорівнює  $24\pi$ , а довжина кола його основи –  $4\pi$ .  
Визначте висоту цього циліндра.

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	6	8



№  
15

завдання з вибором однієї правильної відповіді

Площа бічної поверхні циліндра дорівнює  $24\pi$ , а довжина кола його основи –  $4\pi$ .  
Визначте висоту цього циліндра.

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	6	8

Циліндр

$$S_6 = 2\pi RH$$

Коло

$$L = 2\pi R$$

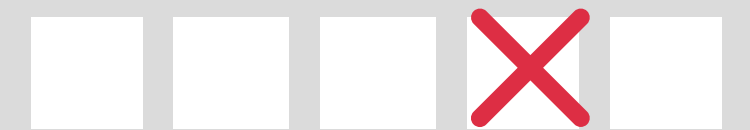
$$L = 4\pi = 2\pi R$$

$$S_6 = 2\pi RH = 24\pi$$

$$4\pi \cdot H = 24\pi$$

$$H = \frac{24\pi}{4\pi} = 6$$

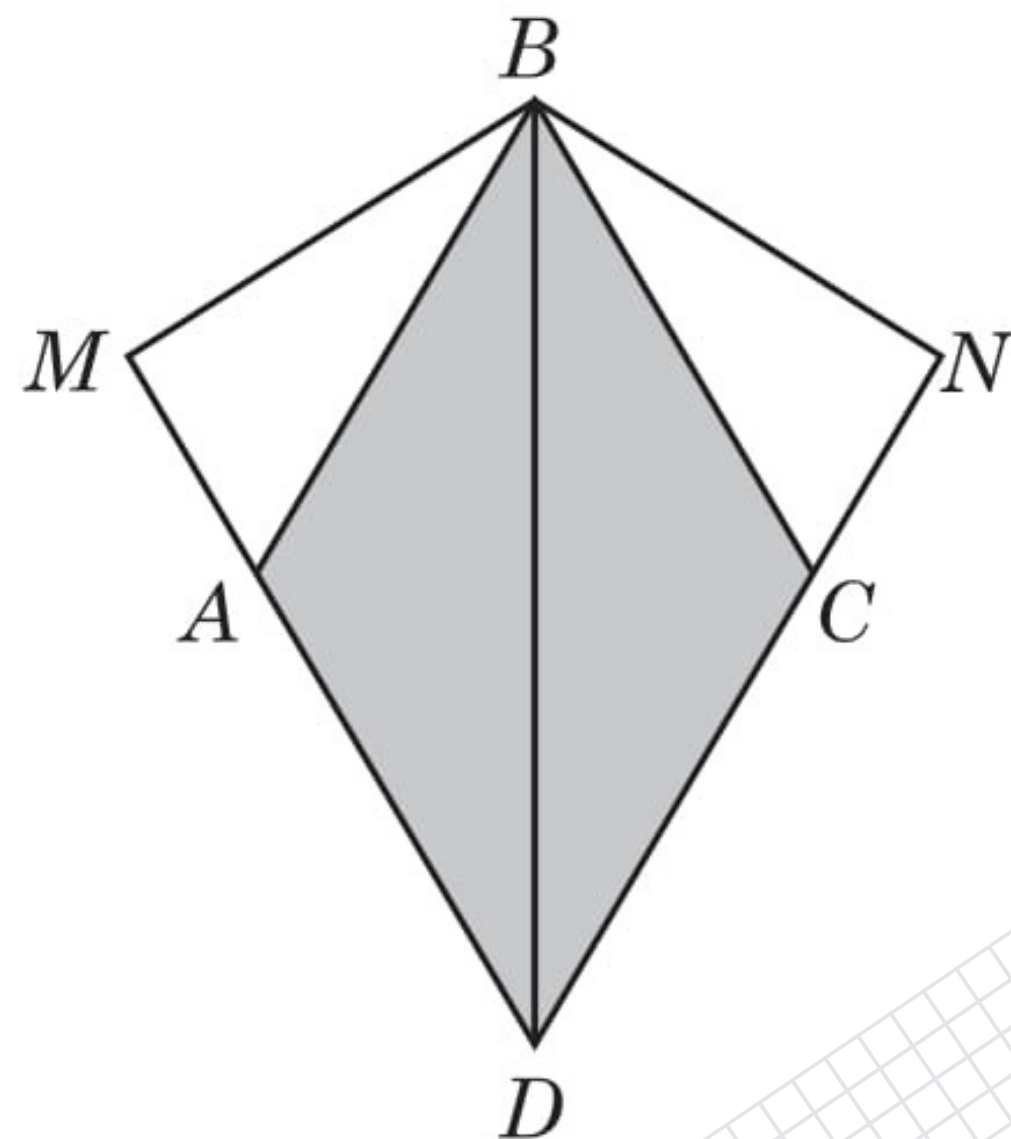
А Б В Г Д



№  
16

завдання з вибором однієї правильної відповіді

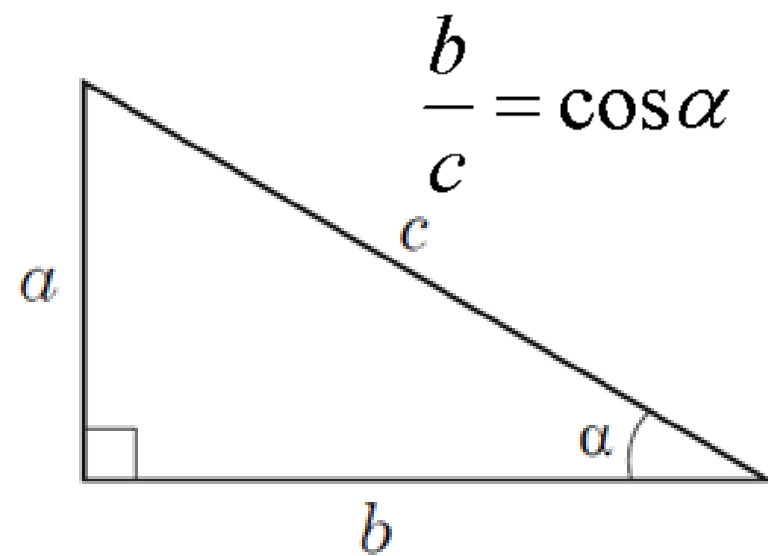
На рисунку зображено поверхню повітряного змія, що складається з двох рівних прямокутних трикутників  $AMB$  й  $CNB$  та ромба  $ABCD$ . Точки  $A$  і  $C$  належать відрізкам  $DM$  і  $DN$  відповідно. Гострий кут ромба дорівнює  $60^\circ$ ,  $BD = 2$  м. Визначте площу поверхні (чотирикутника  $MBND$ ) цього змія, якщо всі його елементи лежать в одній площині. Виберіть відповідь, найближчу до точної.



А	Б	В	Г	Д
$1,5 \text{ м}^2$	$1,7 \text{ м}^2$	$2,6 \text{ м}^2$	$3,4 \text{ м}^2$	$3,9 \text{ м}^2$

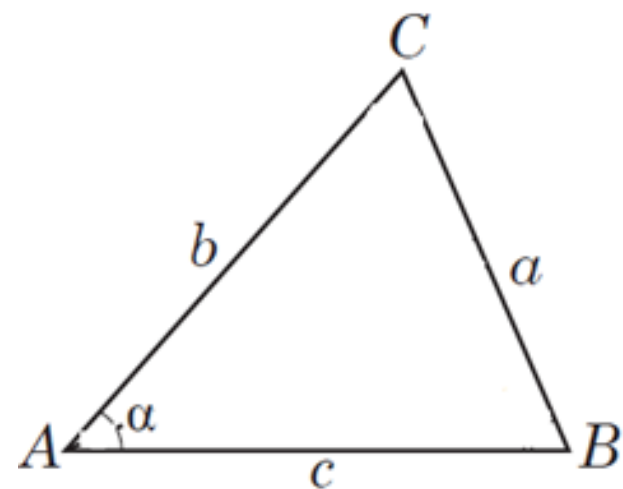


прямокутний трикутник



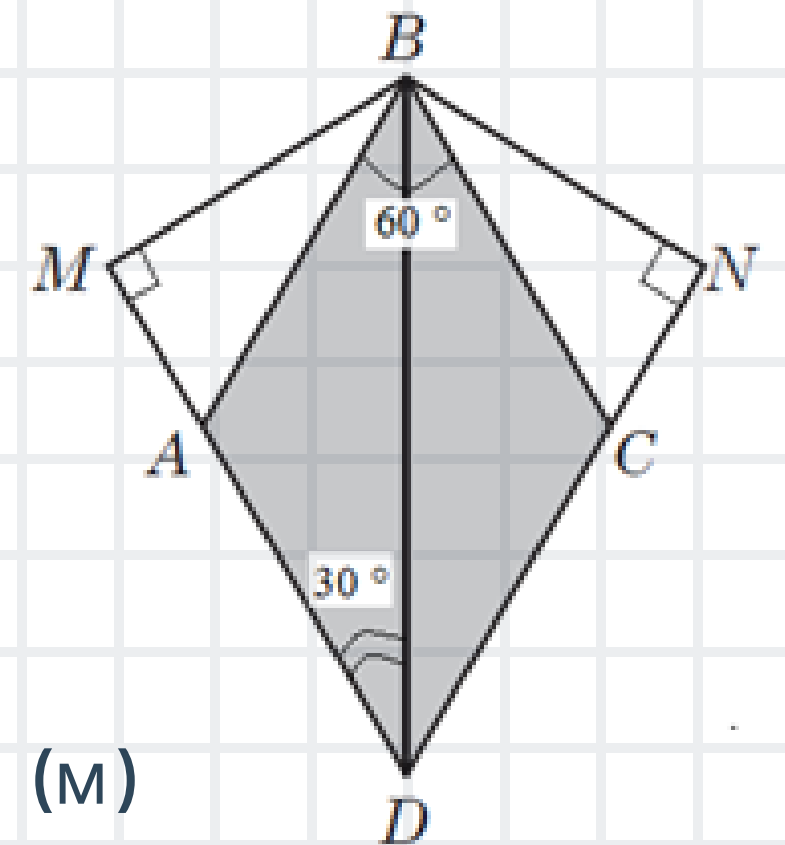
довільний трикутник

$$S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$$



$$\frac{MD}{BD} = \cos 30^\circ$$

$$MD = BD \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \quad (\text{M})$$



$$S_{\triangle BMD} = \frac{1}{2} MD \cdot BD \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{M}^2)$$

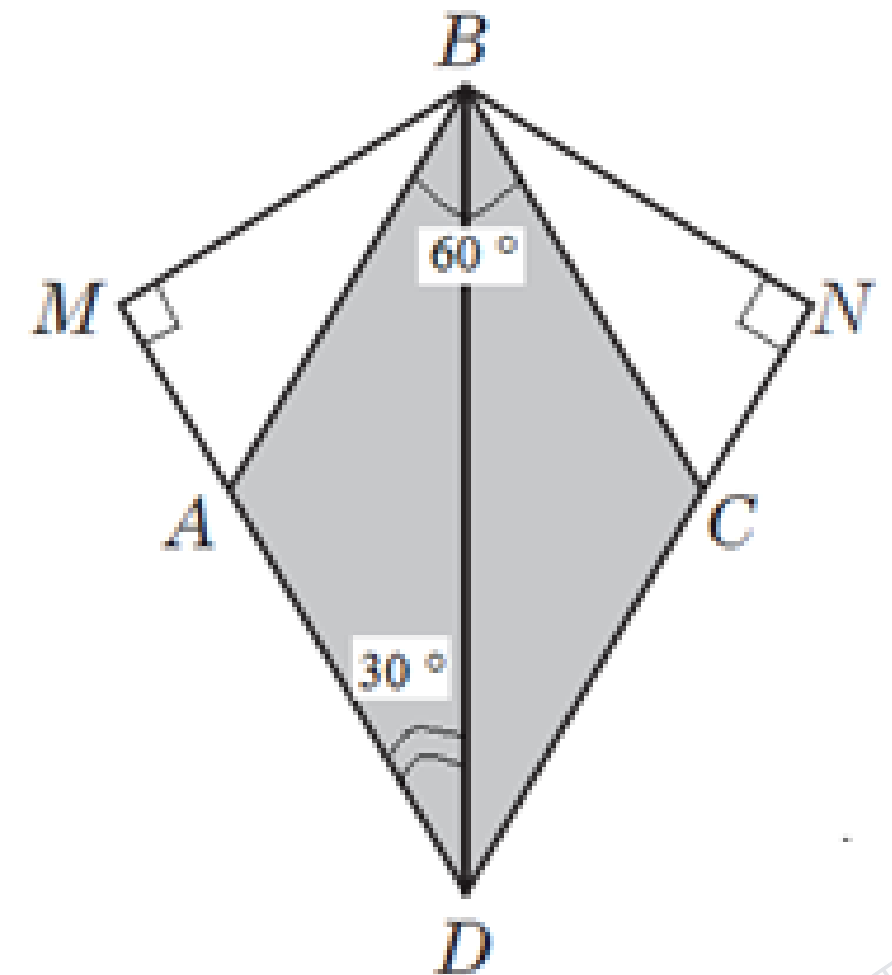
$$S_{MBND} = 2 S_{\triangle BMD} = 2 \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} =$$

$$= \frac{\sqrt{300}}{10} \in [1, 7; 1, 8] \quad (\text{M}^2)$$

№  
16

завдання з вибором однієї правильної відповіді

На рисунку зображено поверхню повітряного змія, що складається з двох рівних прямокутних трикутників  $AMB$  й  $CNB$  та ромба  $ABCD$ . Точки  $A$  і  $C$  належать відрізкам  $DM$  і  $DN$  відповідно. Гострий кут ромба дорівнює  $60^\circ$ ,  $BD = 2$  м. Визначте площу поверхні (чотирикутника  $MBND$ ) цього змія, якщо всі його елементи лежать в одній площині. Виберіть відповідь, найближчу до точної.



А	Б	В	Г	Д
1,5 м <sup>2</sup>	1,7 м <sup>2</sup>	2,6 м <sup>2</sup>	3,4 м <sup>2</sup>	3,9 м <sup>2</sup>

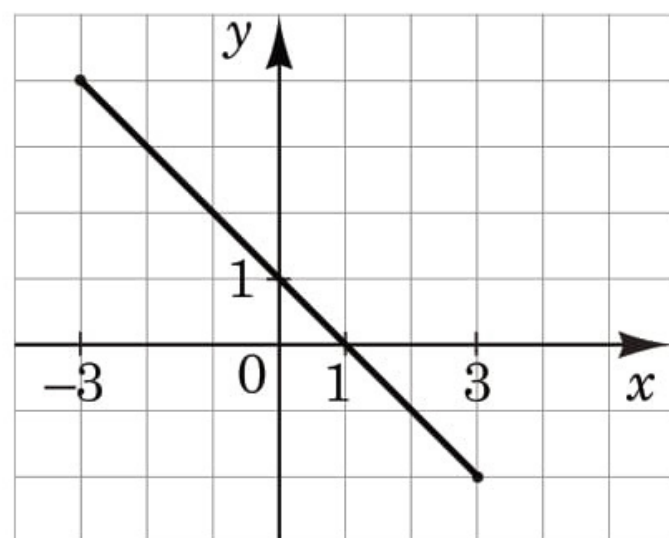
А Б В Г Д



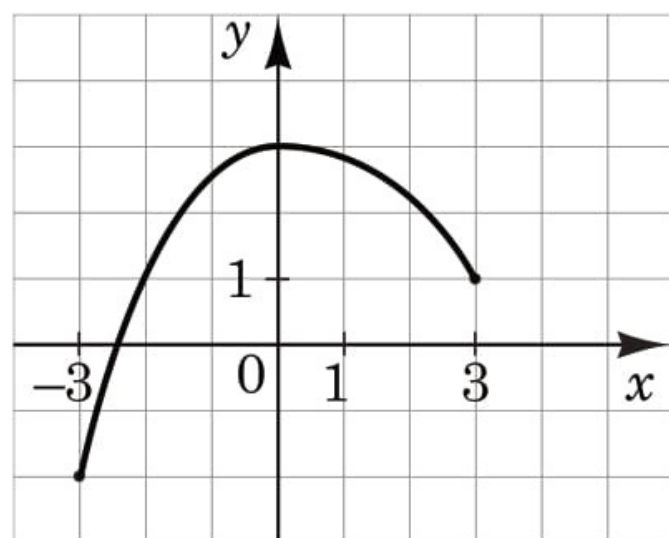
На рисунках (1–3) зображено графіки функцій, кожна з яких визначена на проміжку  $[-3; 3]$ . Установіть відповідність між графіком (1–3) функції та властивістю (А – Д) цієї функції.

*Графік функції*

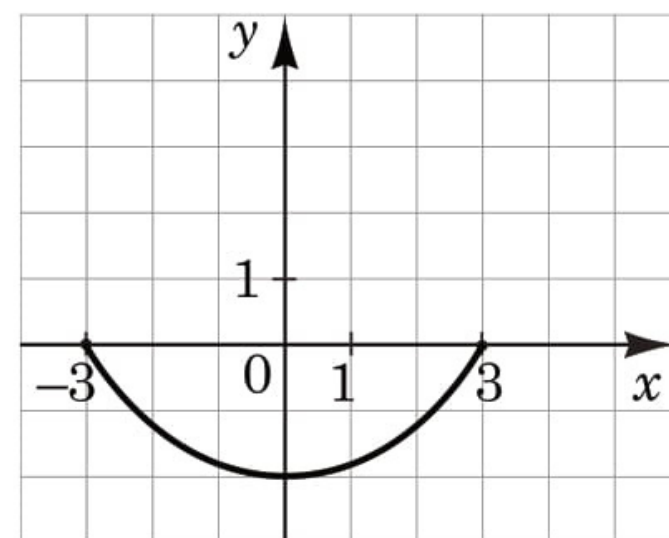
1



2



3



*Властивість функції*

- А графік функції двічі перетинає графік функції  $y = 2^x$
- Б графік функції є фрагментом графіка функції  $y = 1 - x$
- В графік функції є фрагментом графіка функції  $y = 1 + x$
- Г функція є непарною
- Д функція зростає на проміжку  $[0; 3]$

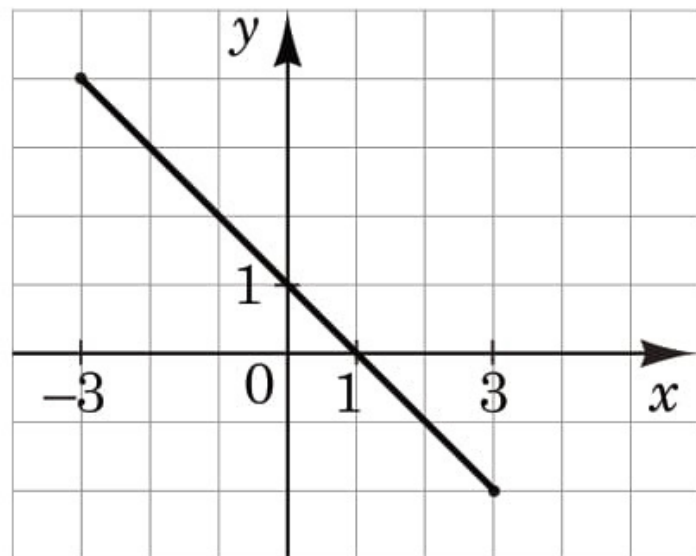
	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



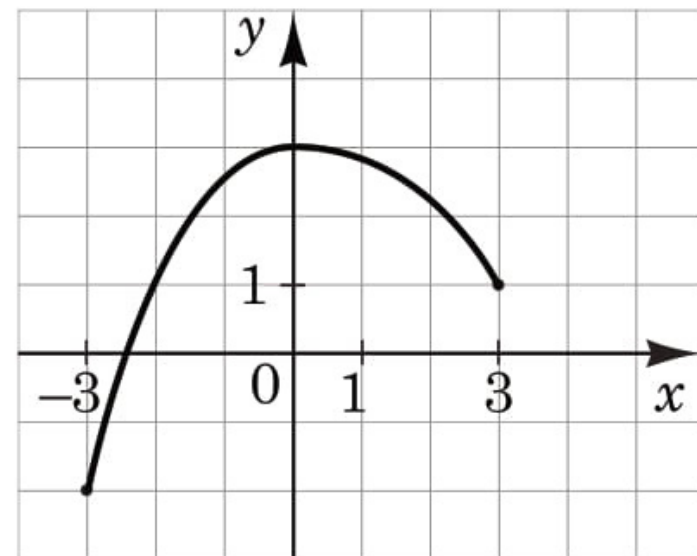
На рисунках (1–3) зображено графіки функцій, кожна з яких визначена на проміжку  $[-3; 3]$ . Установіть відповідність між графіком (1–3) функції та властивістю (А – Д) цієї функції.

*Графік функції*

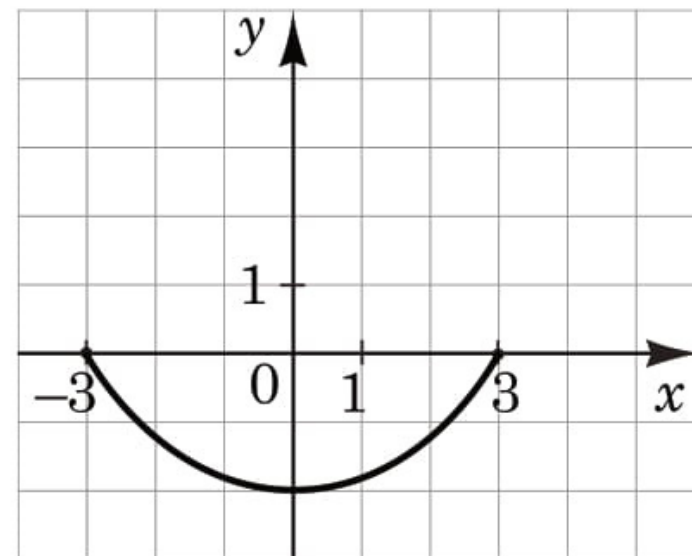
1



2



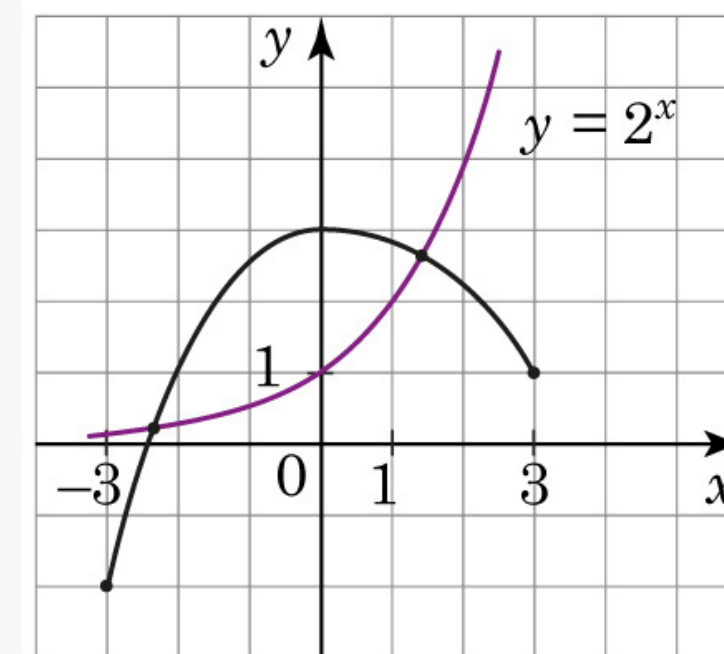
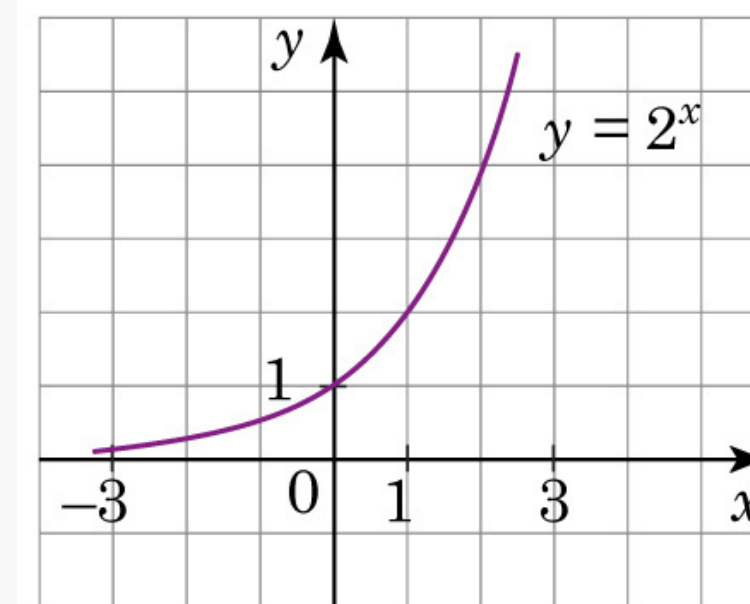
3



*Властивість функції*

- А графік функції двічі перетинає графік функції  $y = 2^x$
- Б графік функції є фрагментом графіка функції  $y = 1 - x$
- В графік функції є фрагментом графіка функції  $y = 1 + x$
- Г функція є непарною
- Д функція зростає на проміжку  $[0; 3]$

	А	Б	В	Г	Д
1		✗			
2	✗				
3					✗



Установіть відповідність між виразом (1–3) та твердженням про його значення (А – Д), яке є правильним, якщо  $a = -0,6$ .

*Вираз*

- 1  $a^2$
- 2  $|a|$
- 3  $\log_2(4 + a)$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

*Твердження про значення виразу*

- А дорівнює дробу  $\frac{3}{5}$
- Б є від'ємним не цілим числом
- В належить проміжку  $[0; 0,5]$
- Г є цілим числом
- Д більше за 1





Установіть відповідність між виразом (1–3) та твердженням про його значення (А – Д), яке є правильним, якщо  $a = -0,6$ .

*Вираз*

- 1  $a^2$
- 2  $|a|$
- 3  $\log_2(4 + a)$

*Твердження про значення виразу*

- А дорівнює дробу  $\frac{3}{5}$
- Б є від'ємним не цілим числом
- В належить проміжку  $[0; 0,5]$
- Г є цілим числом
- Д більше за 1

$$1 \quad a^2 = (-0,6)^2 = 0,36 \in [0; 0,5] \rightarrow \mathbf{В}$$

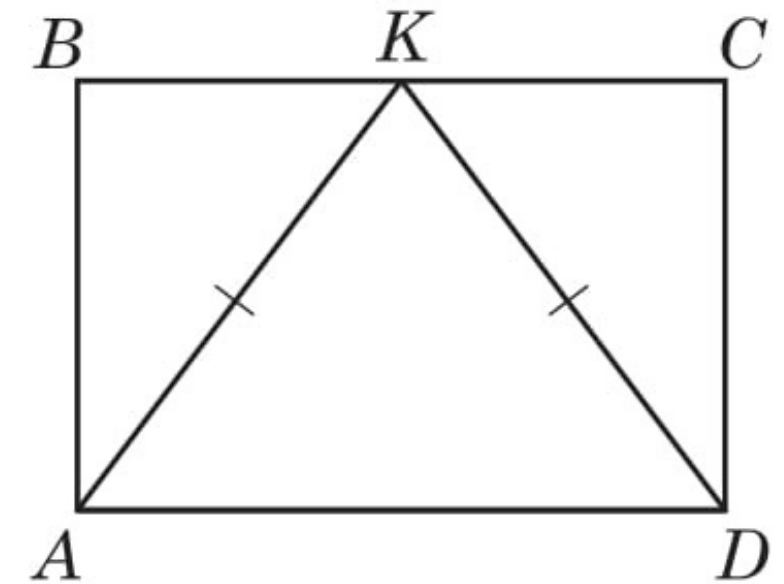
$$2 \quad |a| = |-0,6| = 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \rightarrow \mathbf{А}$$

$$3 \quad \log_2(4 + a) = \log_2(4 - 0,6) = \log_2 3,4 > \log_2 2 = 1 \rightarrow \mathbf{Д}$$

	А	Б	В	Г	Д
1			✗		
2	✗				
3					✗



У прямокутник  $ABCD$  вписано рівнобедрений трикутник  $AKD$  так, як показано на рисунку.  $AD = 12$  см,  $AK = 10$  см. До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення

- 1 Довжина сторони  $AB$  дорівнює
- 2 Радіус кола, описаного навколо прямокутника  $ABCD$ , дорівнює
- 3 Довжина середньої лінії трапеції  $ABKD$  дорівнює

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Закінчення речення

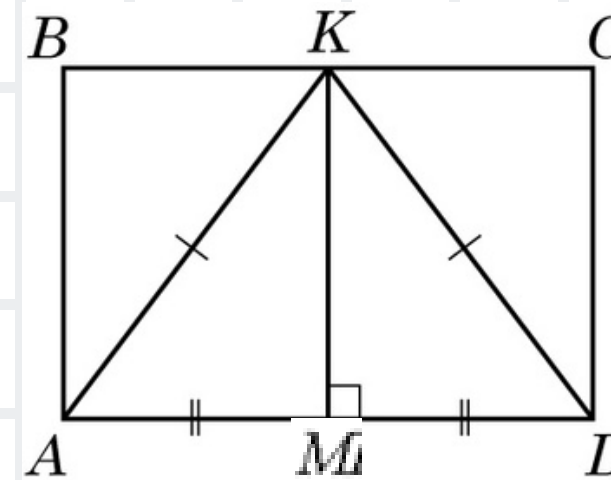
- А  $2\sqrt{13}$  см.
- Б 8 см.
- В 9 см.
- Г  $4\sqrt{13}$  см.
- Д 4 см.

1. Проведемо  $KM \perp AD$ .

Оскільки  $\triangle AKD$  – рівнобедрений,  $KM$  є медіаною  $\Rightarrow AM = MD = \frac{1}{2} AD = 6$  см.

З прямокутного  $\triangle AKM$  ( $\angle M = 90^\circ$ ) за т. Піфагора  $KM = \sqrt{AK^2 - AM^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$  см

Оскільки  $ABKM$  – прямокутник, то  $AB = KM = 8$  см  $\rightarrow$  Б



2.  $R = \frac{1}{2} AC$

З прямокутного  $\triangle ABC$  ( $\angle B = 90^\circ$ )

за т. Піфагора знайдемо  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 12^2} = \sqrt{208} = 4\sqrt{13}$  см

$R = 2\sqrt{13}$  см  $\rightarrow$  А

3. Середня лінія трапеції  $ABKD$  дорівнює півсумі основ трапеції

$$\frac{BK + AD}{2} = \frac{6 + 12}{2} = 9 \text{ см} \rightarrow \text{В}$$

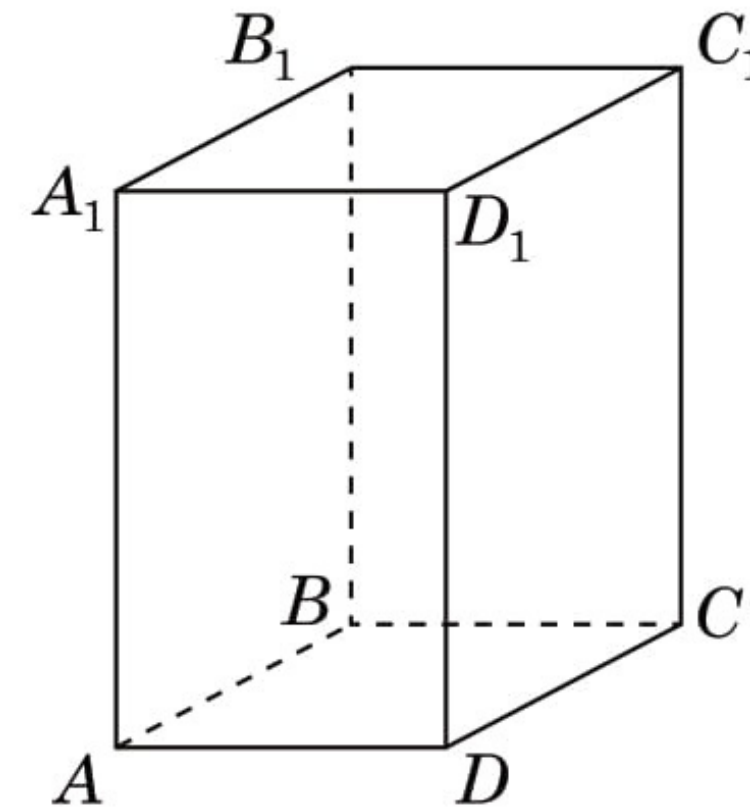
прямокутний  
трикутник

$$a^2 + b^2 = c^2$$

	А	Б	В	Г	Д
1		×			
2	×				
3			×		



На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



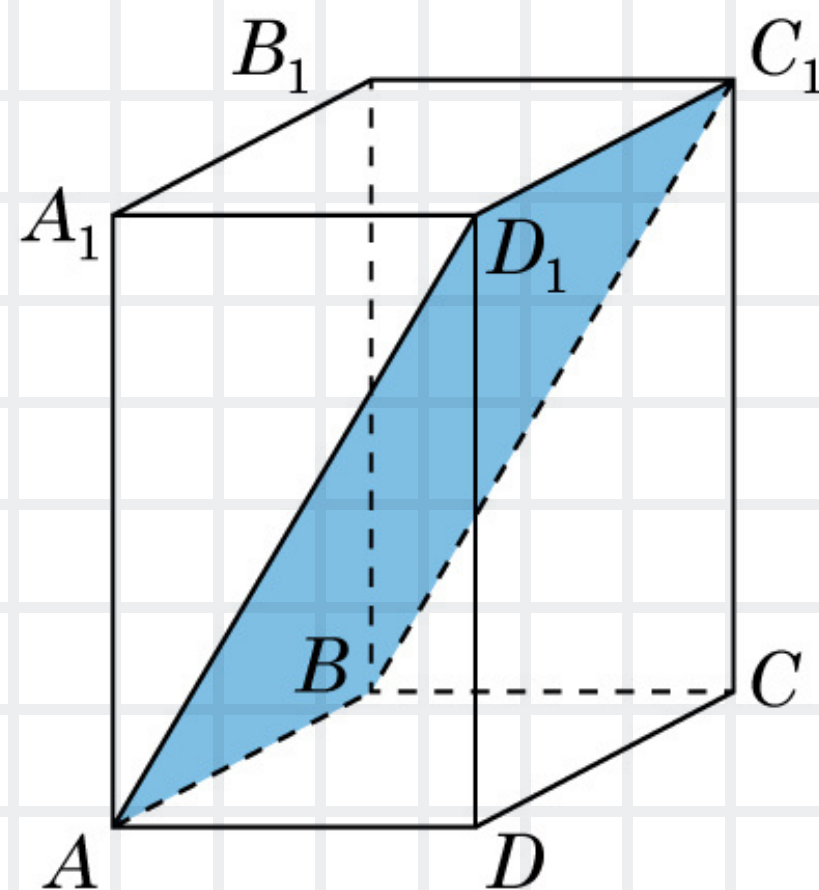
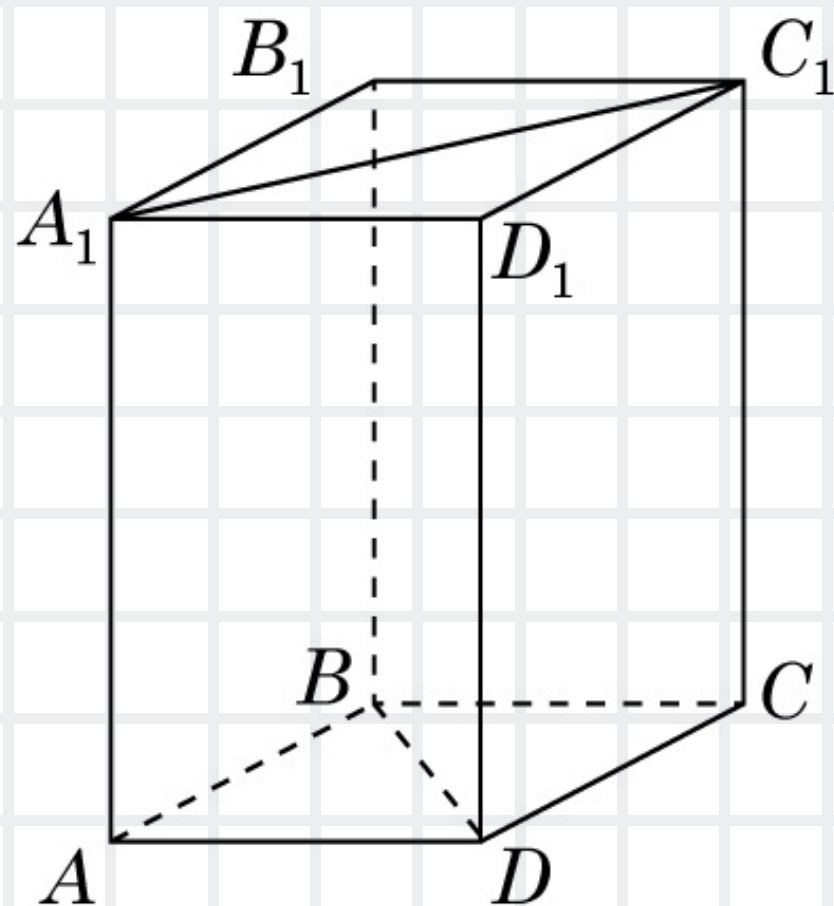
*Початок речення*

- 1 Пряма  $BD$
- 2 Пряма  $A_1C_1$
- 3 Площина  $ABC_1$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

*Закінчення речення*

- А паралельна площині  $ABC$ .
- Б належить площині  $ABC$ .
- В перпендикулярна до площини  $ABC$ .
- Г паралельна прямій  $CD$ .
- Д перпендикулярна до прямої  $CD$ .



1. Пряма  $BD \in (ABC) \rightarrow \mathbf{Б}$

2. Пряма  $A_1C_1 \in (A_1B_1C_1)$ ,  $(A_1B_1C_1) \parallel (ABC) \Rightarrow A_1C_1 \parallel (ABC) \rightarrow \mathbf{А}$

3. Пряма  $CD \notin (ABC_1)$ ,  $CD \parallel AB$ ,  $AB \in (ABC_1)$

За ознакою паралельності прямої і площини  $CD \parallel (ABC_1) \rightarrow \mathbf{Г}$

	А	Б	В	Г	Д
1		×			
2	×				
3				×	

За 800 г борошна фабрики «Колос» заплатили 16 грн 56 коп., а за 1 кг борошна фабрики «Хлібна» – 18 грн.

1. Скільки гривень коштує 1 кг борошна фабрики «Колос»?
2. На скільки відсотків 1 кг борошна фабрики «Колос» дорожчий за 1 кг борошна фабрики «Хлібна»?



№

21.1

За 800 г борошна фабрики «Колос» заплатили 16 грн 56 коп., а за 1 кг борошна фабрики «Хлібна» – 18 грн.

Скільки гривень коштує 1 кг борошна фабрики «Колос»?

1). Складемо пропорцію

800 г – 16 грн 56 коп

1000 г –  $x$  грн

$$\frac{800}{1000} = \frac{16,56}{x}$$

$$x = \frac{16,56 \cdot 1000}{800} = 20,7 \text{ (грн)}$$

Відповідь:

20,7



За 800 г борошна фабрики «Колос» заплатили 16 грн 56 коп., а за 1 кг борошна фабрики «Хлібна» – 18 грн.

На скільки відсотків 1 кг борошна фабрики «Колос» дорожчий за 1 кг борошна фабрики «Хлібна»?

2).  $20,7 - 18 = 2,7$  (грн) – 1 кг борошна "Колос" дорожчий за 1 кг борошна "Хлібна"

18 грн – 100 %

2,7 грн –  $x$  %

$$x = \frac{2,7 \cdot 100}{18} = 15 \%$$

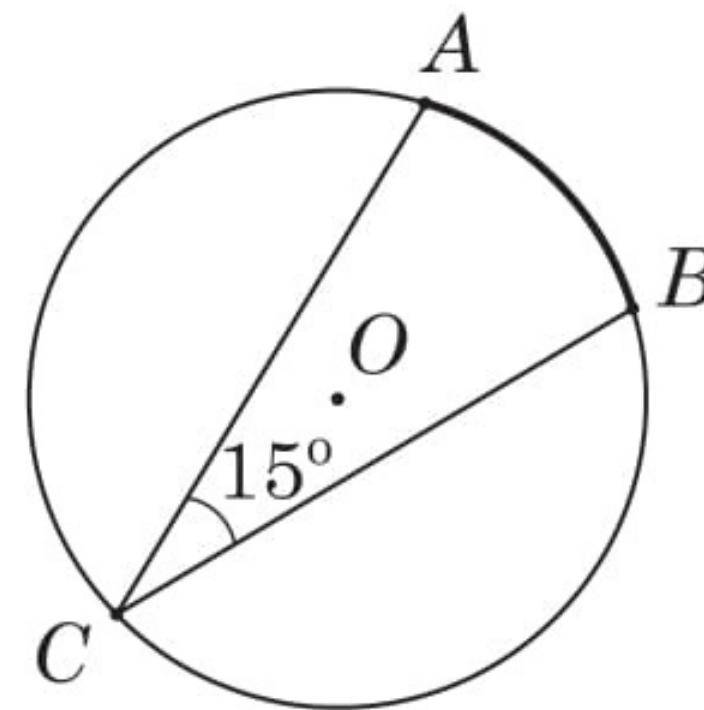
Відповідь:

**15**,



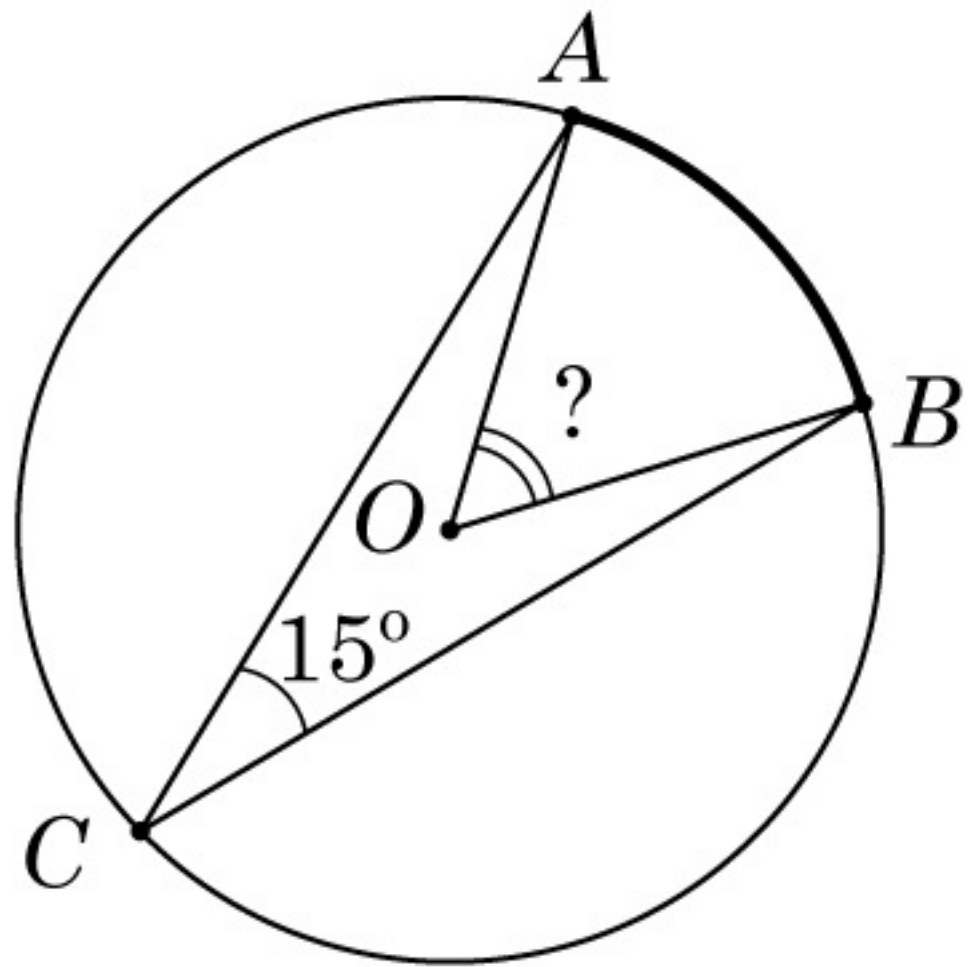
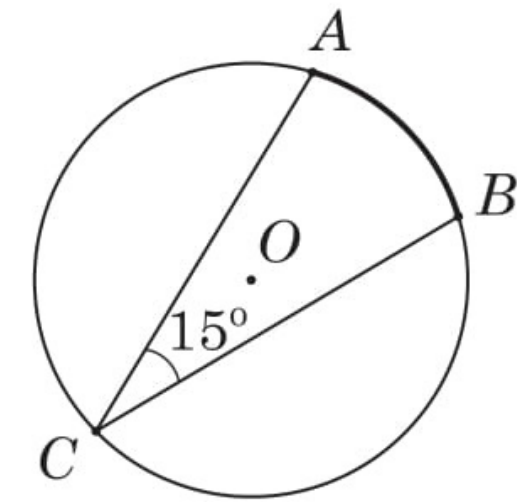


На колі із центром у точці  $O$  вибрано точки  $A$ ,  $B$  й  $C$  так, що  $\angle ACB = 15^\circ$  (див. рисунок). Довжина меншої дуги  $AB$  кола дорівнює  $8\pi$  см.



1. Визначте градусну міру центрального кута  $AOB$ , що спирається на меншу дугу  $AB$ .
2. Визначте радіус цього кола (у см).

На колі із центром у точці  $O$  вибрано точки  $A$ ,  $B$  й  $C$  так, що  $\angle ACB = 15^\circ$  (див. рисунок). Довжина меншої дуги  $AB$  кола дорівнює  $8\pi$  см.



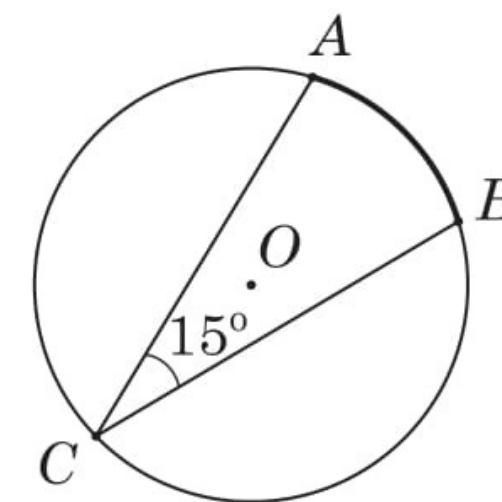
Визначте градусну міру центрального кута  $AOB$ , що спирається на меншу дугу  $AB$ .

$$\angle AOB = 2 \cdot 15^\circ = 30^\circ$$

Відповідь:    **30**,



На колі із центром у точці  $O$  вибрано точки  $A$ ,  $B$  й  $C$  так, що  $\angle ACB = 15^\circ$  (див. рисунок). Довжина меншої дуги  $AB$  кола дорівнює  $8\pi$  см.



Визначте радіус цього кола (у см).

2. Складаємо пропорцію

$$30^\circ - 8\pi$$

$$360^\circ - x$$

$$x = \frac{8\pi \cdot 360^\circ}{30^\circ} = 96\pi \text{ (см)}$$

$$L = 96\pi = 2\pi R \Rightarrow R = \frac{96\pi}{2\pi} = 48$$

Довжина дуги

$$l = \alpha R = \frac{2\pi R \alpha}{360^\circ}$$

Коло

$$L = 2\pi R$$

Відповідь:


У прямокутній системі координат у просторі задано точки  $A(-7; 4; -3)$  і  $B(17; -4; 3)$ . Точка  $C$  є серединою відрізка  $AB$ .

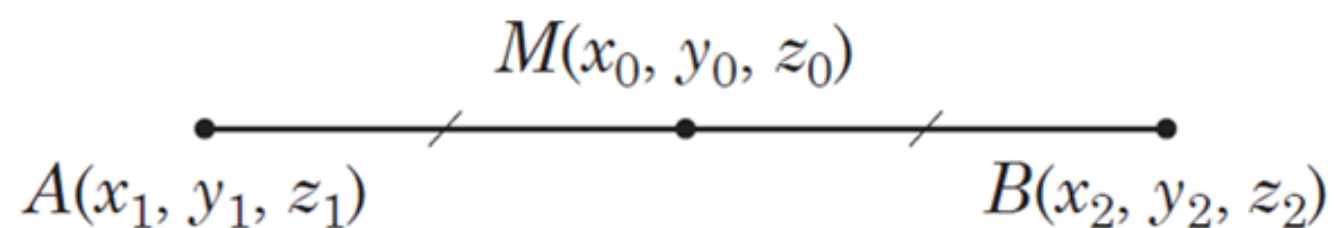
1. Визначте абсцису точки  $C$ .
2. Обчисліть довжину (модуль) вектора  $\vec{AC}$ .



У прямокутній системі координат у просторі задано точки  $A(-7; 4; -3)$  і  $B(17; -4; 3)$ . Точка  $C$  є серединою відрізка  $AB$ .

Визначте абсцису точки  $C$ .

координати і вектори



$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} \quad z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$C(x_0; y_0; z_0)$  – середина  $AB$

$$x_0 = \frac{-7 + 17}{2} = 5 \text{ (абсциса)}$$

$$y_0 = \frac{4 + (-4)}{2} = 0 \text{ (ордината)}$$

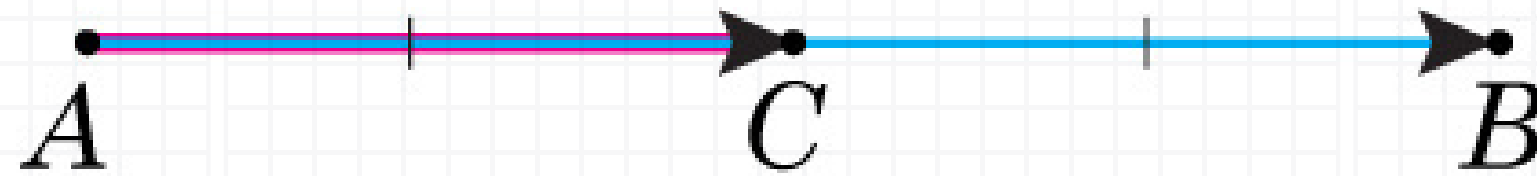
$$z_0 = \frac{-3 + 3}{2} = 0 \text{ (апліката)}$$

Відповідь:    **5**,



У прямокутній системі координат у просторі задано точки  $A(-7; 4; -3)$  і  $B(17; -4; 3)$ . Точка  $C$  є серединою відрізка  $AB$ .

Обчисліть довжину (модуль) вектора  $\vec{AC}$ .



$$|\overline{AC}| = \sqrt{(5 - (-7))^2 + (0 - 4)^2 + (0 - (-3))^2} = \sqrt{12^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{169} = 13$$

Відповідь:    13,



В арифметичній прогресії  $(a_n)$  відомо, що  $a_2 = 1$ ,  $a_4 = 9$ .

1. Визначте різницю цієї прогресії.
2. Обчисліть суму  $S_{20}$  двадцяти перших членів цієї прогресії.



В арифметичній прогресії  $(a_n)$  відомо, що  $a_2 = 1$ ,  $a_4 = 9$ .

Визначте різницю цієї прогресії.

арифметична прогресія

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_n = a_k + d(n-k)$$

Використаємо формулу  $n$ -го члена

$$\begin{cases} a_4 = a_1 + d(4-1) \\ a_2 = a_1 + d(2-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_4 = a_1 + 3d \\ a_2 = a_1 + d \end{cases}$$

$$a_4 - a_2 = 2d = 9 - 1 = 8 \Rightarrow d = 4$$

Відповідь:     4,





В арифметичній прогресії  $(a_n)$  відомо, що  $a_2 = 1$ ,  $a_4 = 9$ .

Обчисліть суму  $S_{20}$  двадцяти перших членів цієї прогресії.

арифметична прогресія

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Визначимо  $a_1$ :

$$a_2 = a_1 + d \Rightarrow a_1 = a_2 - d = 1 - 4 = -3$$

Визначаємо  $a_{20}$ :

$$a_{20} = a_1 + 19d = -3 + 19 \cdot 4 = 73$$

$$S_{20} = \frac{-3 + 73}{2} \cdot 20 = 700$$

Відповідь: ,



№  
25

завдання з короткою відповіддю

У шухляді лежать лише олівці та ручки. Відомо, що олівців на 12 менше, ніж ручок. Скільки олівців лежить у шухляді, якщо ймовірність вибрати навмання із шухляди одну ручку дорівнює  $\frac{5}{8}$ ?



№

25

У шухляді лежать лише олівці та ручки. Відомо, що олівців на 12 менше, ніж ручок. Скільки олівців лежить у шухляді, якщо ймовірність вибрати навмання із шухляди одну ручку дорівнює  $\frac{5}{8}$  ?

Теорія ймовірності

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

Нехай в шухляді лежить  $x$  олівців, тоді ручок та олівців разом

$$x + x + 12 = 2x + 12$$

$$k = x + 12, \quad n = 2x + 12$$

Ймовірність навмання вибрати із шухляди ручку

$$P(A) = \frac{x + 12}{2x + 12} = \frac{5}{8}$$

$$8(x + 12) = 5(2x + 12)$$

$$8x + 96 = 10x + 60$$

$$2x = 36$$

$$x = 18 - \text{олівців}$$

Відповідь:

18,



Велосипедист витратив 2 години на дорогу з міста  $A$  до міста  $B$ . Мотоцикліст виїхав з міста  $A$  на півтори години пізніше за велосипедиста, але прибув у місто  $B$  одночасно з велосипедистом. Визначте відстань (у км) між містами  $A$  та  $B$ , якщо швидкість мотоцикліста на 48 км/год більша за швидкість велосипедиста. Уважайте, що велосипедист та мотоцикліст рухалися з міста  $A$  до міста  $B$  тією самою дорогою зі сталими швидкостями та без зупинок.



Велосипедист витратив 2 години на дорогу з міста  $A$  до міста  $B$ . Мотоцикліст виїхав з міста  $A$  на півтори години пізніше за велосипедиста, але прибув у місто  $B$  одночасно з велосипедистом. Визначте відстань (у км) між містами  $A$  та  $B$ , якщо швидкість мотоцикліста на 48 км/год більша за швидкість велосипедиста. Уважайте, що велосипедист та мотоцикліст рухалися з міста  $A$  до міста  $B$  тією самою дорогою зі сталими швидкостями та без зупинок.

Нехай  $V_B = x$  км/год, тоді  $V_M = (x + 48)$  км/год

Велосипедист витратив на дорогу від  $A$  до  $B$  2 години, отже, відстань від  $A$  до  $B$ :  $S = x \cdot 2$  (км).

Мотоцикліст витратив на дорогу від  $A$  до  $B$   $2 - 1,5 = 0,5$  години, отже, відстань від  $A$  до  $B$ :  $S = (x + 48) \cdot 0,5$  (км).

$$2x = 0,5(x + 48)$$

$$2x = 0,5x + 24$$

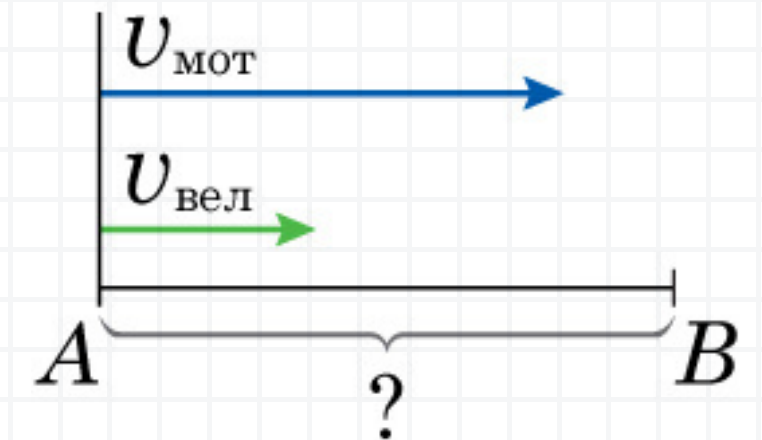
$$1,5x = 24$$

$$x = 16 \text{ (км/год)}$$

Тоді відстань  $S = 2x = 32$  (км)

Відповідь:    32,

$$S = v \cdot t$$



№  
27

Обчисліть значення виразу  $\frac{\log_5 27}{\log_5 2 - \log_5 162}$ .



Обчисліть значення виразу  $\frac{\log_5 27}{\log_5 2 - \log_5 162}$ .

логарифми

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

I спосіб

$$\frac{\log_5 27}{\log_5 2 - \log_5 162} = \frac{\log_5 27}{\log_5 \frac{1}{81}} = \frac{\log_5 3^3}{\log_5 3^{-4}} = \frac{3 \cdot \log_5 3}{-4 \cdot \log_5 3} = -\frac{3}{4} = -0,75$$

II спосіб

$$\frac{\log_5 27}{\log_5 \frac{1}{81}} = \log_{\frac{1}{81}} 27 = \log_{3^{-4}} 3^3 = -0,75 \log_3 3 = -0,75$$

Відповідь:   -  0,  7  5



Розв'яжіть рівняння  $|5 - 4x| = 3$ . Якщо рівняння має єдиний корінь, то запишіть його у відповіді. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповіді запишіть їхню суму.





Розв'яжіть рівняння  $|5 - 4x| = 3$ . Якщо рівняння має єдиний корінь, то запишіть його у відповіді. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповіді запишіть їхню суму.

$$\begin{aligned} |x| &= a \\ x &= \pm a, \quad a > 0 \\ x &= 0, \quad a = 0 \\ \emptyset, \quad a < 0 \end{aligned}$$

$$|5 - 4x| = 3$$

$$\begin{cases} 5 - 4x = 3 \\ 5 - 4x = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x = -2 \\ -4x = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0,5 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = 2,5$$

Відповідь:

2  ,  5



Туристичне бюро запропонувало Ганні відвідати на вихідний три міста. Ганна дізналася з Інтернету, що в кожному з них є 10 цікавих туристичних об'єктів. Дівчина планує вибрати для поїздки лише одне місто і відвідати в ньому чотири цікавих об'єкти. Скільки всього в Ганни є варіантів вибору міста й чотирьох таких об'єктів у ньому? Уважайте, що порядок відвідування об'єктів неважливий.



Туристичне бюро запропонувало Ганні відвідати на вихідний три міста. Ганна дізналася з Інтернету, що в кожному з них є 10 цікавих туристичних об'єктів. Дівчина планує вибрати для поїздки лише одне місто і відвідати в ньому чотири цікавих об'єкти. Скільки всього в Ганни є варіантів вибору міста й чотирьох таких об'єктів у ньому? Уважайте, що порядок відвідування об'єктів неважливий.

Ганна може вибрати одне місто з трьох трьома способами. Чотири цікавих об'єкти в кожному з цих міст вона може вибрати

Комбінаторика

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

$$C_{10}^4 = \frac{10!}{4! \cdot (10-4)!} = \frac{10!}{4! \cdot 6!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6!} = 210 \text{ способами}$$

За правилом добутку, у Ганни є  $3 \cdot 210 = 630$  варіантів вибору міста й чотирьох об'єктів у ньому.

Відповідь:



Задано функцію  $y = \sqrt{x} - 2$ .

1. Для наведених у таблиці значень  $x$  та  $y$  заданої функції визначте відповідні їм значення  $y$  та  $x$ . Результати запишіть у таблицю.

$x$	$y$
0	
	0
9	

2. Побудуйте графік функції  $y = \sqrt{x} - 2$ .
3. Позначте на рисунку точки перетину графіка функції з осями координат та укажіть координати цих точок.
4. Знайдіть одну з первісних  $F(x)$  для функції  $f(x) = \sqrt{x} - 2$ .
5. Запишіть формулу для обчислення площі  $S$  фігури, обмеженої графіком функції  $f$  та осями координат.
6. Обчисліть площу  $S$  цієї фігури.

1

Для наведених у таблиці значень  $x$  та  $y$  заданої функції визначте відповідні їм значення  $y$  та  $x$ . Результати запишіть у таблицю.

2,3

Побудуйте графік функції  $y = \sqrt{x} - 2$ .

Позначте на рисунку точки перетину графіка функції з осями координат та укажіть координати цих точок.

1

ЯКЩО  $x = 0$ , ТО  $y = \sqrt{0} - 2 = -2$ ;

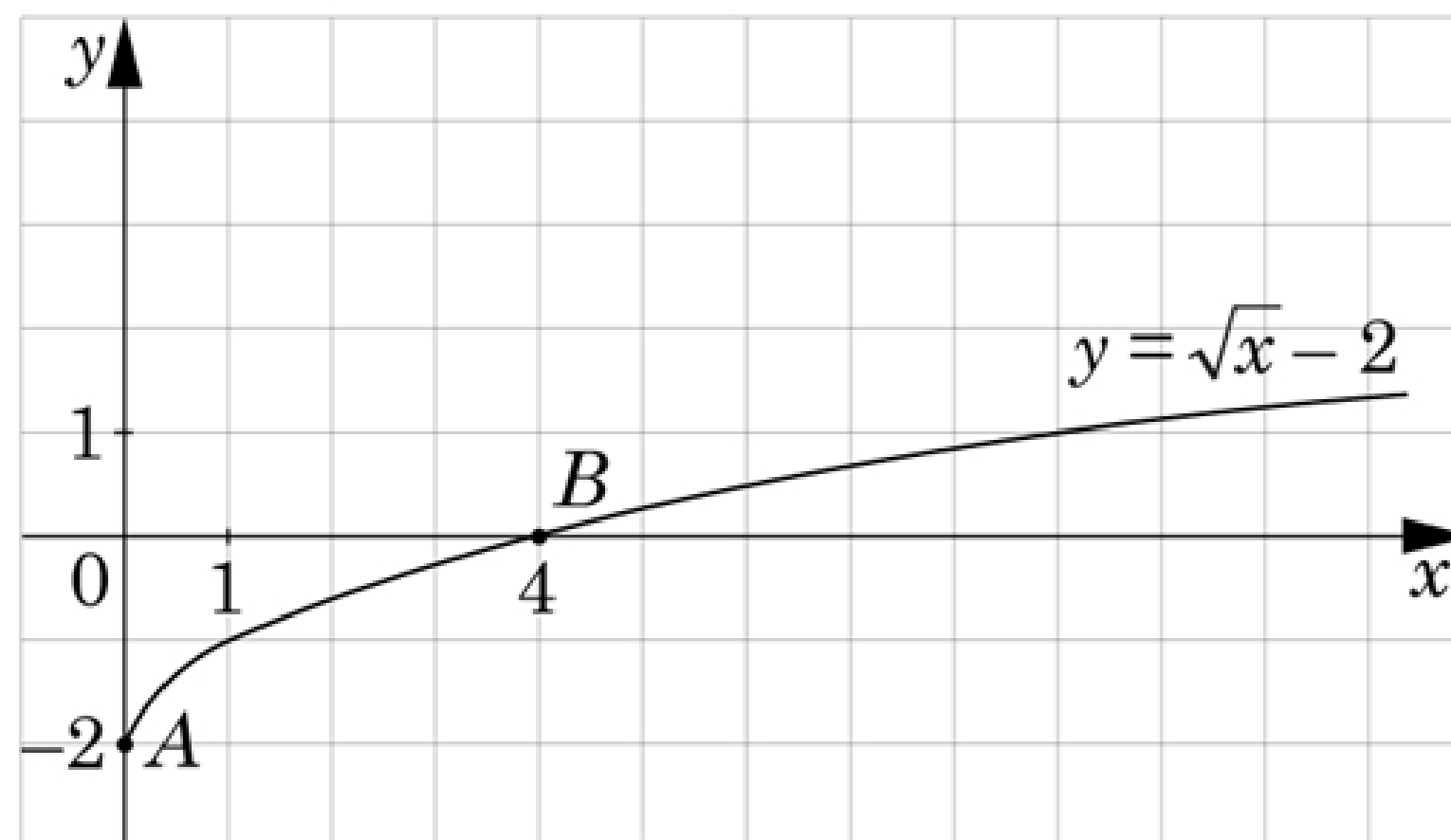
ЯКЩО  $y = 0$ , ТО  $0 = \sqrt{x} - 2$ ;  $\sqrt{x} = 2$ ,  $x = 4$ ;

ЯКЩО  $x = 9$ , ТО  $y = \sqrt{9} - 2 = 3 - 2 = 1$

$x$	$y$
0	-2
4	0
9	1

2,3

Графік функції  $f(x) = \sqrt{x} - 2$  зображено на рисунку.



Точки  $A(0; -2)$  і  $B(4; 0)$  – точки перетину графіка з осями  $y$  та  $x$  відповідно – позначено на рисунку.

4 Знайдіть одну з первісних  $F(x)$  для функції  $f(x) = \sqrt{x} - 2$ .

5 Запишіть формулу для обчислення площі  $S$  фігури, обмеженої графіком функції  $f$  та осями координат.

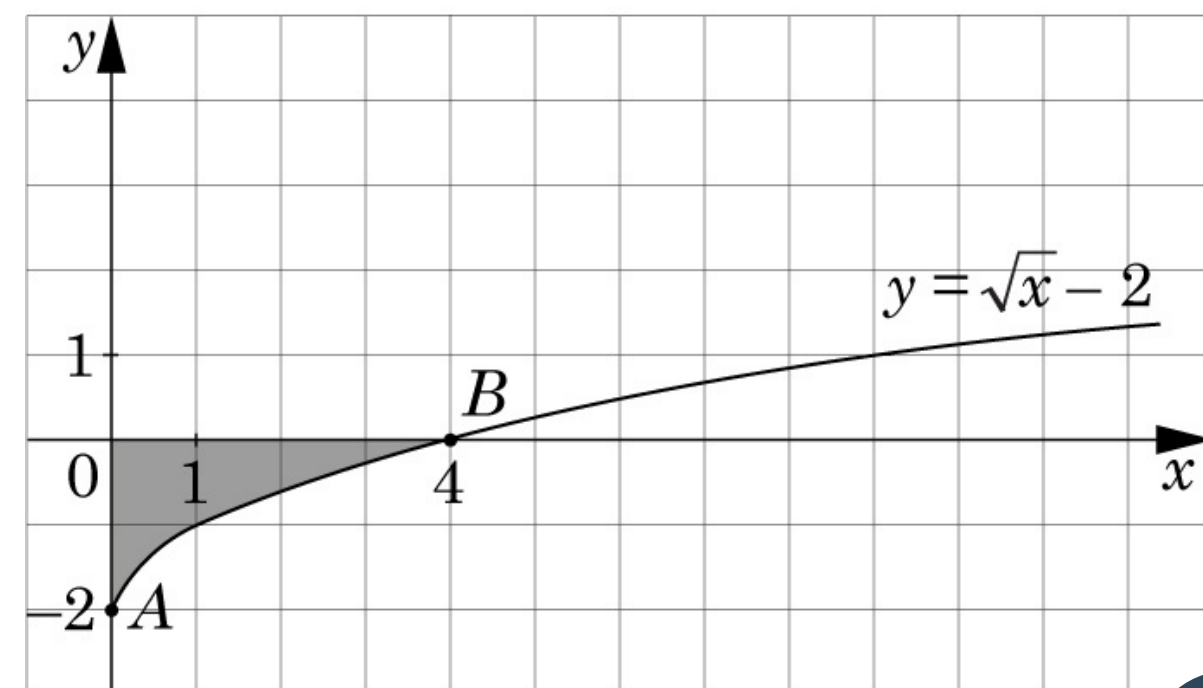
4  $f(x) = x^{\frac{1}{2}} - 2$

$$F(x) = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - 2x = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} - 2x = \frac{2\sqrt{x^3}}{3} - 2x.$$

$$S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

5  $S = \int_0^4 \left( 0 - \left( x^{\frac{1}{2}} - 2 \right) \right) dx = \int_0^4 \left( 2 - x^{\frac{1}{2}} \right) dx.$

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$ , $C$ – довільна стала
1	$x + C$
$x^a, a \neq -1$	$\frac{x^{a+1}}{a+1} + C$



Обчисліть площу  $S$  цієї фігури.

$$S = \int_0^4 \left( 2 - x^{\frac{1}{2}} \right) dx = \left( 2x - \frac{2\sqrt{x^3}}{3} \right) \Big|_0^4 = 8 - \frac{2\sqrt{4^3}}{3} = 8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3}.$$

формула Ньютона-Лейбніца

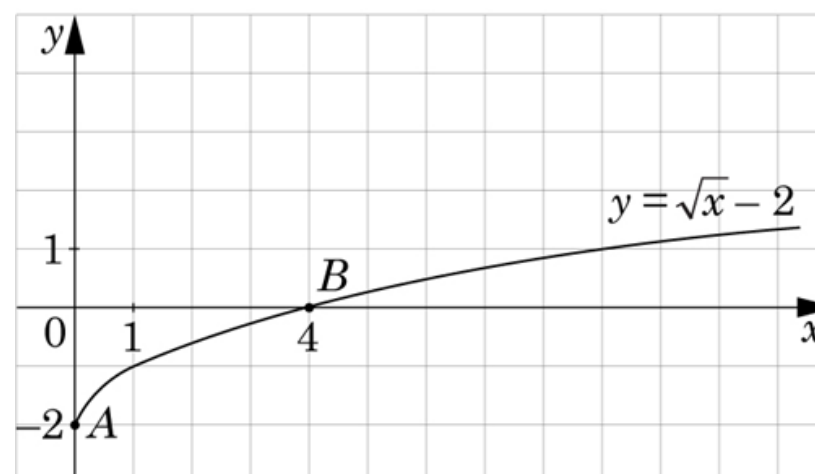
$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

ВІДПОВІДЬ

1

$x$	$y$
0	-2
4	0
9	1

2, 3



4

$$F(x) = \frac{2\sqrt{x^3}}{3} - 2x.$$

5

$$S = \int_0^4 \left( 2 - x^{\frac{1}{2}} \right) dx.$$

6

$$S = \frac{8}{3}.$$



## СХЕМА ОЦІНЮВАННЯ

№  
30  
(27)

- 1 Якщо учасник правильно заповнив таблицю, то він отримує 1 бал.
- 2 Якщо учасник правильно побудував графік функції  $f(x) = \sqrt{x} - 2$ , то він отримує ще 1 бал.
- 3 Якщо учасник правильно позначив на рисунку точки перетину графіка функції з осями координат та вказав їх координати, то він отримує ще 1 бал.
- 4 Якщо учасник правильно записав одну з первісних  $F(x)$  функції  $f(x) = \sqrt{x} - 2$ , то він отримує ще 1 бал.
- 5 Якщо учасник правильно записав формулу для обчислення площі  $S$  фігури, обмеженої графіком функції  $f$  та осями координат, то він отримує ще 1 бал.
- 6 Якщо учасник правильно визначив площу  $S$  цієї фігури, то він отримує ще 1 бал.



У правильній чотирикутній піраміді  $SABCD$  з основою  $ABCD$  бічне ребро утворює з площиною основи кут  $\beta$ . Довжина бічного ребра дорівнює 12.

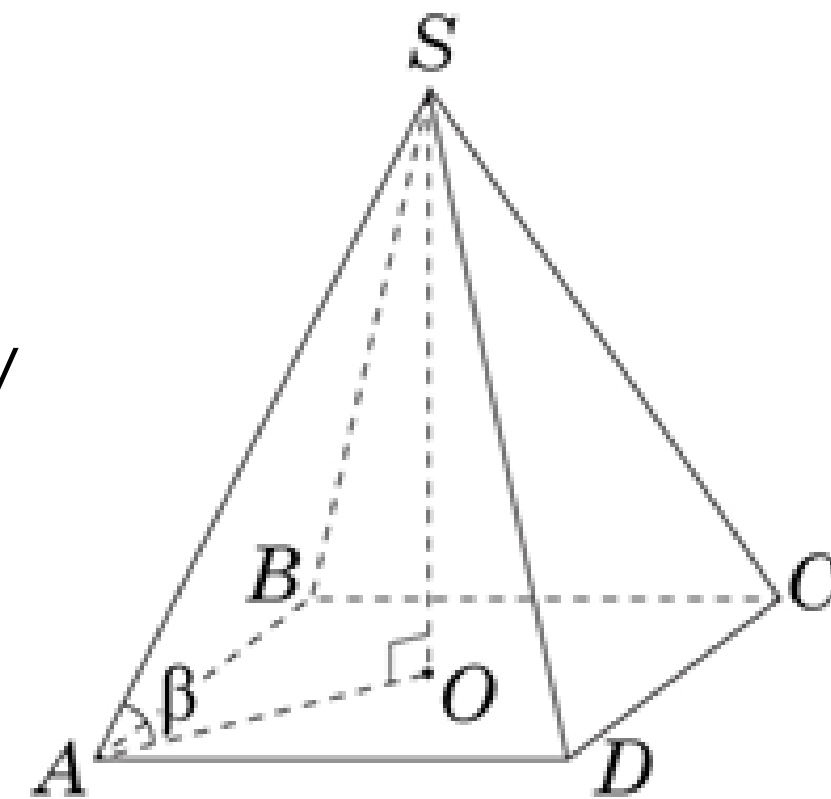
1. Зобразіть на рисунку правильну чотирикутну піраміду  $SABCD$  та позначте кут  $\beta$  між бічним ребром  $SA$  та площиною основи піраміди.
2. Визначте довжину висоти піраміди.
3. Знайдіть об'єм піраміди  $SABCD$ .

- 1 Зобразіть на рисунку правильну чотирикутну піраміду  $SABCD$  та позначте кут  $\beta$  між бічним ребром  $SA$  та площиною основи піраміди.
- 2 Визначте довжину висоти піраміди.

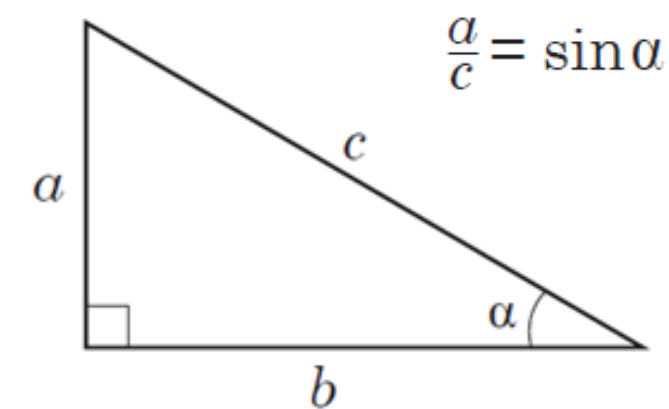
1 Правильну чотирикутну піраміду  $SABCD$  зображено на рисунку,  $SO$  - висота піраміди.  $OA$  - проекція  $SA$  на площину основи піраміди ( $ABCD$ ), тоді  $\angle SAO = \beta$

2 З прямокутного трикутника  $SOA$  визначимо висоту  $SO$

$$SO = SA \cdot \sin \beta = 12 \sin \beta$$



прямокутний трикутник



№  
31  
(28)

РОЗВ'ЯЗАННЯ

3

Знайдіть об'єм піраміди  $SABCD$ .

З прямокутного трикутника  $SOA$  визначимо  $AO$

$$AO = SA \cdot \cos\beta = 12 \cos\beta$$

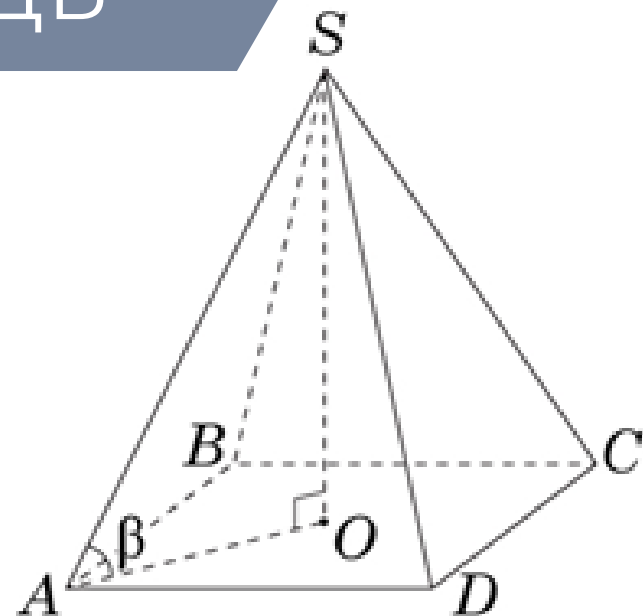
Знайдемо площу квадрата  $ABCD$

$$S_{ABCD} = \frac{(2AO)^2}{2} = 288 \cos^2 \beta$$

Визначимо об'єм піраміди  $SABCD$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 288 \cos^2 \beta \cdot 12 \sin \beta = 1152 \cos^2 \beta \sin \beta$$

ВІДПОВІДЬ

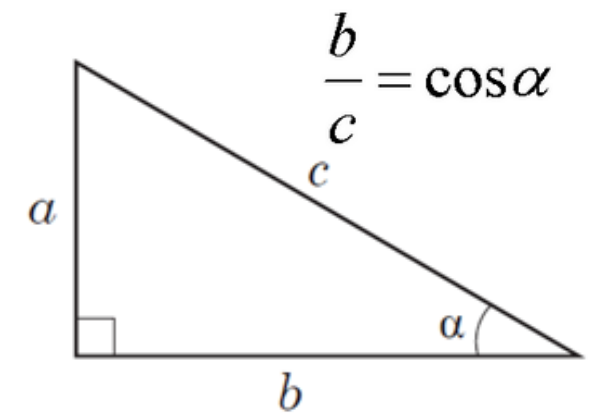


1

2  $SO = 12 \sin\beta$

3  $V_{SABCD} = 1152 \cos^2 \beta \sin \beta$

прямокутний трикутник



$$S_{\text{квадрата}} = \frac{d^2}{2}$$

правильна піраміда

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$



## СХЕМА ОЦІНЮВАННЯ

№  
31  
(28)

- 1 Якщо учасник зобразив правильну чотирикутну піраміду  $SABCD$  та показав кут  $\beta$  між бічним ребром  $SA$  та площиною основи піраміди, то він отримує 1 бал.
- 2 Якщо учасник правильно визначив довжину висоти піраміди, то він отримує ще 1 бал.
- 3 Якщо учасник правильно визначив площу основи піраміди, то він отримує ще 1 бал.
- 4 Якщо учасник правильно визначив об'єм піраміди, то він отримує ще 1 бал.

## ЗАУВАЖЕННЯ

Якщо учасник правильно показав кут  $\beta$  між бічним ребром  $SA$  та площиною основи піраміди, але припустився помилки при знаходженні висоти піраміди (чи відрізка  $AO$ ) і з урахуванням своєї помилки визначив об'єм піраміди, то за п. 2 і п. 4 (чи п. 3 і п. 4) він отримує лише 1 бал.

Відповідно до умови завдання 31:

1. Зобразіть на рисунку правильну чотирикутну піраміду  $SABCD$  та укажіть лінійний кут  $\gamma$  двогранного кута при ребрі основи цієї піраміди. Обґрунтуйте його положення.
2. Визначте кут  $\gamma$ .

У правильній чотирикутній піраміді  $SABCD$  з основою  $ABCD$  бічне ребро утворює з площиною основи кут  $\beta$ . Довжина бічного ребра дорівнює 12.



1. Зобразіть на рисунку правильну чотирикутну піраміду  $SABCD$  та укажіть лінійний кут  $\gamma$  двогранного кута при ребрі основи цієї піраміди. Обґрунтуйте його положення.
2. Визначте кут  $\gamma$ .

1

Правильну чотирикутну піраміду  $SABCD$  зображено на рисунку,  $SO$  - висота піраміди.

$CD$  – пряма перетину площин  $(SCD)$  і  $(ABC)$ . Проведемо  $SK \perp CD, SK \in (SCD)$ . Оскільки  $SO$  – висота піраміди,  $SO \perp (ABC)$ , тоді  $OK$  - проекція  $SK$  на  $(ABC)$ . За теоремою про три перпендикуляри  $OK \perp CD$ , отже  $\angle SKO$  є лінійним кутом двогранного кута при ребрі  $CD$  основи піраміди.

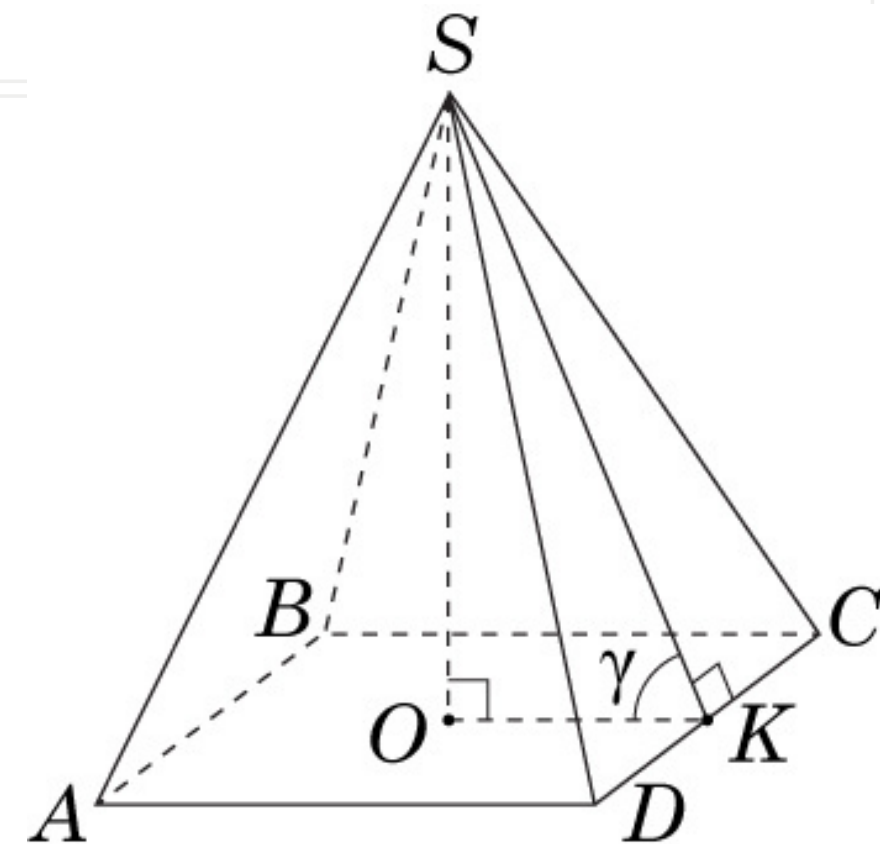
2

$$AD = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{2AO}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}AO = 12\sqrt{2} \cos \beta.$$

$OK \parallel AD$ ,  $OK$  – середня лінія трикутника  $ACD$ , отже,  $OK = \frac{1}{2}AD = 6\sqrt{2} \cos \beta$ .

З прямокутного трикутника  $SOK$  ( $\angle SOK = 90^\circ$ ) отримуємо

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{SO}{OK} = \frac{12 \sin \beta}{6\sqrt{2} \cos \beta} = \sqrt{2} \operatorname{tg} \beta, \text{ тоді } \gamma = \operatorname{arctg}(\sqrt{2} \operatorname{tg} \beta).$$



ВІДПОВІДЬ

$$\gamma = \operatorname{arctg}(\sqrt{2} \operatorname{tg} \beta)$$



## СХЕМА ОЦІНЮВАННЯ

№

32

1

Якщо учасник показав лінійний кут  $\gamma$  двогранного кута при ребрі основи піраміди  $SABCD$  й обґрунтував його положення, то він отримує 1 бал.

2

Якщо учасник правильно визначив кут  $\gamma$  (або будь-яку тригонометричну функцію цього кута), то він отримує ще 1 бал.

№  
33

завдання з розгорнутою відповіддю

поглиблений рівень

Доведіть, що  $x^4 + y^4 \geq x^3y + xy^3$  для всіх дійсних чисел  $x$  та  $y$ .





Доведіть, що  $x^4 + y^4 \geq x^3y + xy^3$  для всіх дійсних чисел  $x$  та  $y$ .

Розгляньмо й перетворімо різницю

$$\begin{aligned}x^4 + y^4 - (x^3y + xy^3) &= (x^4 - x^3y) + (y^4 - xy^3) = x^3(x - y) + y^3(y - x) = \\ &= x^3(x - y) - y^3(x - y) = (x^3 - y^3)(x - y).\end{aligned}$$

Отже, потрібно довести, що  $(x^3 - y^3)(x - y) \geq 0$  для всіх дійсних чисел  $x$  та  $y$ .

Розглянемо випадки:

- 1  $x = y$ , тоді нерівність набуває вигляду  $0 \geq 0$ , отже, є правильною;
- 2  $x > y$ , тоді  $x - y > 0$ ,  $x^3 > y^3$ ,  $x^3 - y^3 > 0$ , отже,  $(x^3 - y^3)(x - y) > 0$ ;
- 3  $x < y$ , тоді  $x - y < 0$ ,  $x^3 < y^3$ ,  $x^3 - y^3 < 0$ , отже,  $(x^3 - y^3)(x - y) > 0$ .

Нерівність доведено.



## СХЕМА ОЦІНЮВАННЯ

№

33

1

Якщо учасник розглянув різницю лівої і правої частин нерівності й перетворив її у добуток  $(x - y)(x^3 - y^3)$  або  $(x - y)^2(x^2 + xy + y^2)$ , то він отримує 2 бали.

2

Якщо учасник обґрунтував, що вираз  $(x - y)(x^3 - y^3)$  може набувати лише невід'ємних значень, то він отримує ще 1 бал.

## ЗАУВАЖЕННЯ

Якщо учасник під час перетворення різниці лівої і правої частин нерівності зробив арифметичну помилку, то за все завдання, він отримує лише 1 бал.

Задано рівняння  $(25^x + 2a \cdot 5^x + a^2) \cdot \sqrt{\frac{x+8}{x+3}} - 2 = 0$ , де  $x$  – змінна,  $a$  – стала.

1. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{\frac{x+8}{x+3}} - 2 = 0$ .
2. Розв'яжіть задане рівняння залежно від значень  $a$ .



1. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{\frac{x+8}{x+3}} - 2 = 0$ .

$$\frac{x+8}{x+3} - 2 = 0, \quad \frac{x+8}{x+3} = 2, \quad \begin{cases} x+8 = 2x+6, \\ x \neq -3, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2, \\ x \neq -3, \end{cases} \quad x = 2$$



2. Розв'яжіть задане рівняння залежно від значень  $a$ .

Задане рівняння рівносильне сукупності

$$\begin{cases} 25^x + 2a \cdot 5^x + a^2 = 0, \\ \frac{x+8}{x+3} - 2 \geq 0; \\ \sqrt{\frac{x+8}{x+3}} - 2 = 0, \end{cases}$$

тобто

$$\begin{cases} 25^x + 2a \cdot 5^x + a^2 = 0, \\ \frac{x+8}{x+3} - 2 \geq 0; \\ x = 2. \end{cases}$$

Зауважимо, що за будь-яких значень  $a$  число  $x = 2$  є коренем заданого рівняння.

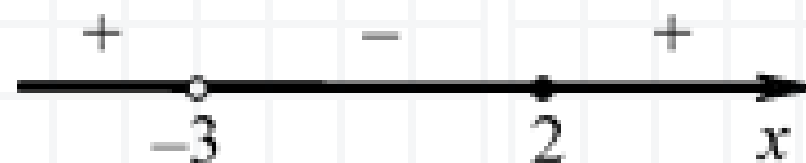


Розв'яжемо систему 
$$\begin{cases} 25^x + 2a \cdot 5^x + a^2 = 0, \\ \frac{x+8}{x+3} - 2 \geq 0. \end{cases}$$

Розв'яжемо спочатку нерівність  $\frac{x+8}{x+3} - 2 \geq 0$

Маємо  $\frac{x+8-2(x+3)}{x+3} \geq 0$ ,  $\frac{x+8-2x-6}{x+3} \geq 0$ ,  $\frac{-x+2}{x+3} \geq 0$ ,  $\frac{x-2}{x+3} \leq 0$

Зобразимо на рисунку знаки значень виразу  $\frac{x-2}{x+3}$



Отже,  $x \in (-3; 2]$  - множина розв'язків нерівності.

Рівняння  $25^x + 2a \cdot 5^x + a^2 = 0$  рівносильне рівнянню  $(5^x + a)^2 = 0$ ,

звідси  $5^x + a = 0$ .

Проаналізуємо систему 
$$\begin{cases} 5^x + a = 0, \\ x \in (-3; 2]. \end{cases}$$

I. Якщо  $a \geq 0$ , то рівняння  $5^x + a = 0$ , отже, і рівняння  $25^x + 2a \cdot 5^x + a^2 = 0$ , коренів не має.

II. Якщо  $a < 0$ , то  $x = \log_5(-a)$ . Розв'яжемо нерівність  $-3 < \log_5(-a) \leq 2$ .

Маємо  $\log_5 \frac{1}{125} < \log_5(-a) \leq \log_5 25$ ,  $\frac{1}{125} < -a \leq 25$ ,  $-25 \leq a < -\frac{1}{125}$ .



1 Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{\frac{x+8}{x+3}} - 2 = 0$ .

Відповідь:  $x = 2$ .

2 Розв'яжіть задане рівняння залежно від значень  $a$ .

Відповідь: якщо  $a \in \left(-25; -\frac{1}{125}\right)$ , тоді  $x_1 = 2, x_2 = \log_5(-a)$  ;

якщо  $a \in (-\infty; -25] \cup \left[-\frac{1}{125}; +\infty\right)$ , тоді  $x = 2$ .





- 1 Якщо учасник визначив корінь рівняння  $\sqrt{\frac{x+8}{x+3}} - 2 = 0$ , то він отримує 1 бал;
- 2 Якщо учасник визначив корінь  $x = \log_5(-a)$  рівняння  $25^x + 2a \cdot 5^x + a^2 = 0$ , то він отримує ще 1 бал;
- 3 Якщо учасник визначив, що при  $a \geq 0$  рівняння  $25^x + 2a \cdot 5^x + a^2 = 0$  коренів немає, то він отримує ще 1 бал;
- 4 Якщо учасник визначив, що при  $a \geq -25$  та  $a < -\frac{1}{125}$  значення  $x = \log_5(-a)$  є коренем вихідного рівняння, то він отримує ще 2 бали (по 1 балу за кожну умову).
- 5 Якщо учасник правильно записав відповідь, то він отримує ще 1 бал.

## ЗАУВАЖЕННЯ

- 1 Якщо учасник лише записав ОДЗ рівняння:  $x \neq -3$ ,  $\frac{x+8}{x+3} \geq 2$ , то за все завдання він отримує 1 бал.
- 2 Якщо учасник показав, що рівняння  $25^x + 2a \cdot 5^x + a^2 = 0$  тотожно рівнянню  $5^x + a = 0$ , то за пункти (2-5) він отримує 1 бал.

Покажи свій найвищий  
результат!

#ЗНО-2021

