

**Результати вимірювання  
математичної грамотності  
українських підлітків PISA-2018:  
стан, проблеми та перспективи**

**Юлія Простакова**  
*ХНПУ імені Г.С.Сковороди*

*04 грудня 2019 р.*

**Основний етап PISA-2018**

**було проведено**

**15 квітня по 30 травня 2018 року**

# ЗАВДАННЯ З МАТЕМАТИКИ ЗА ФОРМОЮ

## Завдання з вибором відповіді

Підкреслити або обвести літеру чи слово «Так» або «Ні»

## Завдання з короткою відповіддю

Вписати число чи вираз

## Завдання з розгорнутою відповіддю

Записати власну відповідь та пояснення або обґрунтування до неї;

Навести хід роботи (обчислення та міркування)

# ЗАВДАННЯ З МАТЕМАТИКИ ЗА ПРОЦЕСАМИ

## **формулювати**

розпізнавати  
можливості  
використання  
математики в  
проблемних ситуаціях  
і переформулювати  
проблему у  
математичну задачу

## **застосовувати**

виконувати  
обчислення й операції,  
а також  
використовувати  
відомі математичні  
поняття й факти для  
розв'язання проблеми,  
сформульованої  
математично

## **інтепретувати**

аналізувати  
математичні розв'язки  
або висновки,  
інтерпретувати їх у  
контексті проблеми з  
реального життя й  
визначати  
обґрунтованість  
результатів або  
висновків

# ЗАВДАННЯ З МАТЕМАТИКИ ЗА ЗМІСТОВИМИ КАТЕГОРІЯМИ

► *Зміни й  
залежності*

**Простір і  
форма**

**Кількість**

► **Невизначені  
дані**

## ЗАВДАННЯ З МАТЕМАТИКИ ЗА КОНТЕКСТАМИ

*Особистісний*

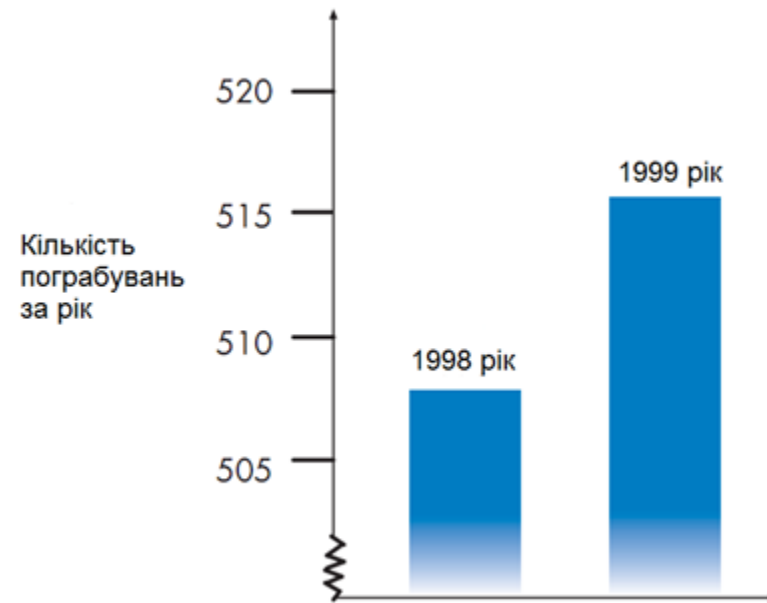
*Професійний*

*Суспільний*

*Науковий*

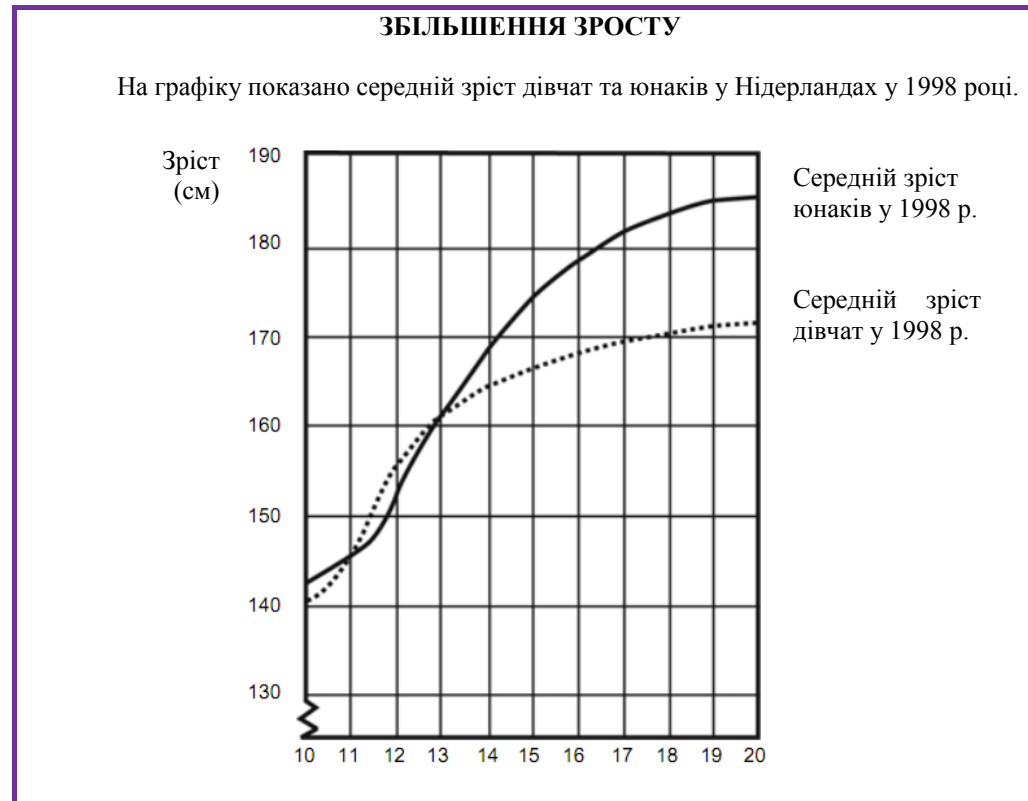
# Завдання з математики за математичним змістом

- Завдання спрямовані на перевірку вмінь та навичок тестованих працювати з даними, поданими у вигляді **діаграм**



# Завдання з математики за математичним змістом

- Завдання спрямовані на перевірку вмій та навичок тестованих працювати з **функціями**



## Завдання з математики за математичним змістом

- ◀ Завдання, спрямовані на перевірку вмінь та навичок тестованих інтерпретувати та перетворювати **алгебраїчні вирази**

Медичним сестрам потрібно вміти розраховувати швидкість капання  $D$  (у краплях за хвилину).

Для цього вони користуються формулою  $D = \frac{kV}{60t}$ , де

$k$  – коефіцієнт капання, який дорівнює кількості крапель на мілілітр,

$V$  – об'єм розчину в мілілітрах (мл),

$t$  – час (у годинах), за який має бути введено розчин.

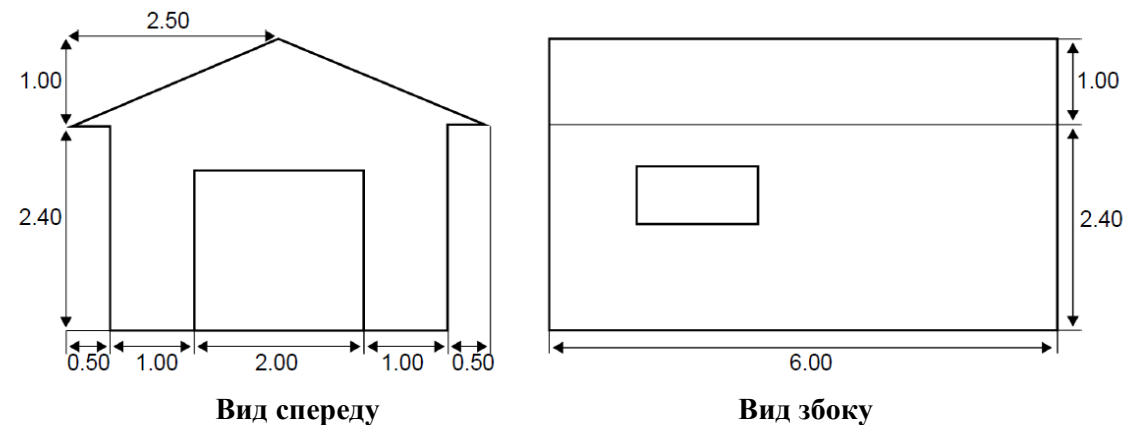
Як саме зміниться величина  $D$ , якщо  $t$  збільшиться вдвічі, а  $k$  і  $V$  при цьому залишаться тими самими?



# Завдання з математики за математичним змістом

- < Завдання, спрямовані на перевірку вмінь та навичок тестованих працювати
- < з геометричними фігурами

На двох кресленнях, наведених нижче, показано розміри (у метрах) гаража, який вибрав Василь.



*Примітка: пропорції не збережено*

Дах гаража складається з двох однакових прямокутних секцій.

Обчисліть площу **всього** даху. Запишіть хід своїх міркувань.

## Завдання з математики за математичним змістом

- ⟨ Завдання, в яких потрібно виконати **наближені оцінювання** кількостей та значень числових виразів, включаючи значущі цифри та округлення.
- ⟨ Завдання, спрямовані на перевірку вмінь та навичок тестованих працювати з **одиницями вимірювання**.
- ⟨ Завдання на обчислення **відсотків, відношення та пропорцій**.
- ⟨ Завдання спрямовані на перевірку вмінь **аналізувати різні типи даних**: їх характер і походження, їх збір і різні способи їх представлення, їх інтерпретація та прогнозування на їх основі подальших дій чи висновків.

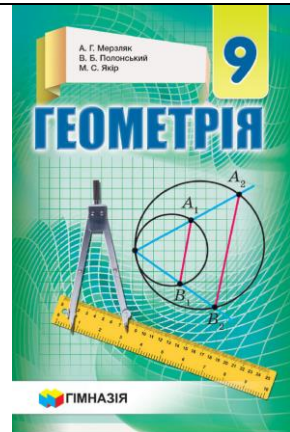
# Завдання РМ 406Q03 - P-value 9,94

Категорія - «Простір і форми»

Контекст – професійний,

Процес – застосовувати (застосовувати набуті знання властивостей геометричних фігур та вміння розв'язувати геометричні задачі для відповіді на поставлені запитання.

Потребує від учнів / студентів умінь інтерпретувати дані, наведені у вигляді рисунка або схеми, й обчислити певні характеристики деяких геометричних фігур



7.10.° Обчисліть довжину червоної лінії, зображеної на рисунку 7.8.

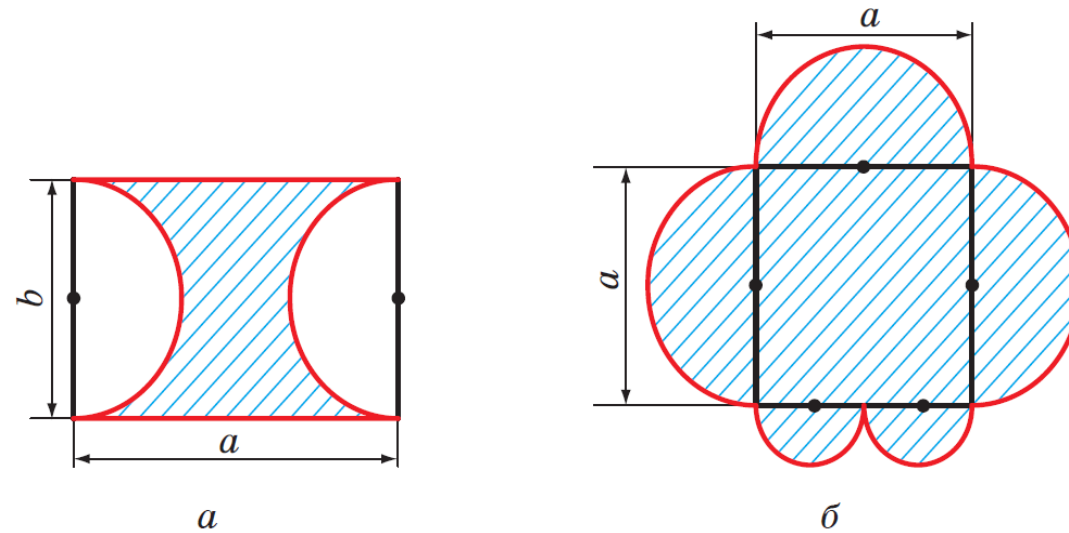
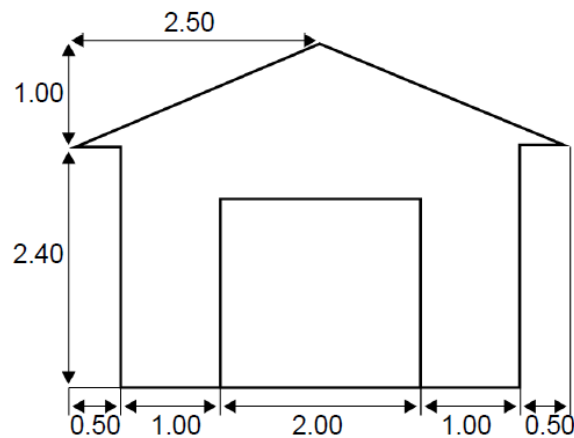


Рис. 7.8

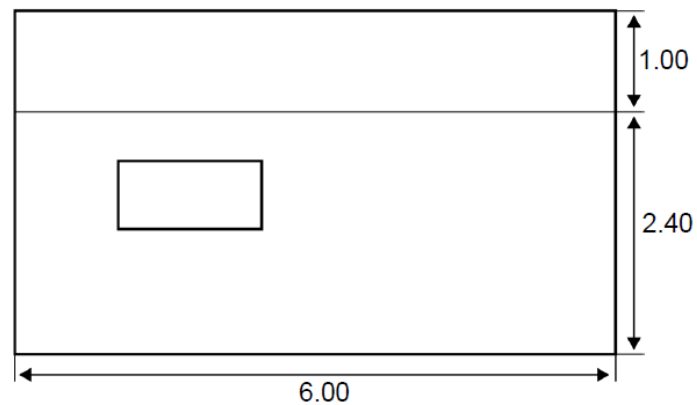
## ЗАВДАННЯ 2

PM991Q02

На двох кресленнях, наведених нижче, показано розміри (у метрах) гаража, який вибрав Василь.



Вид спереду



Вид збоку

*Примітка: пропорції не збережено*

Дах гаража складається з двох однакових прямокутних секцій.

Обчисліть площу **всього** даху. Запишіть хід своїх міркувань.

Завдання-приклад,  
було використане в  
циклі PISA-2012

### ***ВІДПОВІДЬ ЗАРАХОВАНО ПОВНІСТЮ***

**Код 21:** Будь-яке значення в діапазоні від 31 до 33, навіть без пояснення або з поясненням, із якого видно, що було використано теорему Піфагора для знаходження однієї зі сторін прямокутної секції даху (або використано інші елементи, для знаходження яких було використано теорему Піфагора). [Указувати одиницю вимірювання ( $m^2$ ) не обов'язково.]

- $12 \cdot \sqrt{7,25} m^2$
- $12 \cdot 2,69 = 32,28 m^2$
- $32,4 m^2$

### ***ВІДПОВІДЬ ЗАРАХОВАНО ЧАСТКОВО***

**Код 11:** У відповіді продемонстровано правильне використання теореми Піфагора, але допущено обчислювальну помилку; або використано неправильне значення довжини; або не враховано, що дах складається із двох секцій.

- $2,5^2 + 1^2 = 6$ ;  $12 \cdot \sqrt{6} = 29,39$  [Правильно використано теорему Піфагора, проте допущено помилку в обчисленнях.]
- $22 + 12 = 5$ ;  $2 \cdot 6 \cdot \sqrt{5} = 26,8 m^2$  [Використана неправильна довжина.]
- $6 \cdot 2,6 = 15,6$  [Площа не подвоєна.]

**Код 12:** Не використано теорему Піфагора, але отримано правильне значення для ширини прямокутника (будь-яке значення в діапазоні від 2,6 до 3) і всі подальші обчислення виконано правильно.

- $2,75 \cdot 12 = 33$
- $3 \cdot 6 \cdot 2 = 36$
- $12 \cdot 2,6 = 31,2$

### ***ВІДПОВІДЬ НЕ ЗАРАХОВАНО***

**Код 01:** Інші відповіді.

**Код 99:** Відповіді немає.

# Типові помилки

- **неправильні міркування,**
- **помилки у розрахунках,**
- **неповне врахування умови.**
- **правильно знаходили деякі величини, але не ті, про які було запитано в завданні**
- **труднощі у зв'язку з необхідністю виконувати наближені обчислення**
  - неможливо знайти площу даху, тому що сторона дорівнює  $\sqrt{7,25}$  (не вміє знаходити приблизне значення квадратного кореня);
  - $12 \cdot \sqrt{7,25} = 24,5$  (неправильні обчислення);
  - $2(6 + \sqrt{7,25}) * 2$  (знайдено периметр даху замість площі)
  - $6 * 3,40 = 20,4$  кв. м (площа підлоги, замість площі даху)

# Завдання PM954Q02 - P-value 20,7

- ⟨ Категорія – «Зміни і залежності»;
- ⟨ контекст – науковий;
- ⟨ процес – застосування

Розв'язання завдання передбачає використання математичної формули в медичному контексті, тому можна казати, що перевіряються вміння учнів / студентів здійснювати математичні обчислення для з'ясування важливого життєвого питання – визначення порядку правильного введення ліків.

Математичні вміння, які потрібні для розв'язання завдання – це вміння використовувати символи, формальну й технічну мови й математичні операції



## ШВИДКІСТЬ КАПАННЯ

Крапельниці (або внутрішньовенні вливання) використовують для введення ліків та рідин пацієнтам.



Медичним сестрам потрібно вміти розраховувати швидкість капання  $D$  (у краплях за хвилину).

Для цього вони користуються формулою  $D = \frac{kV}{60t}$ , де

- $k$  – коефіцієнт капання, який дорівнює кількості крапель на мілілітр,
- $V$  – об'єм розчину в мілілітрах (*мл*),
- $t$  – час (у *годинах*), за який має бути введено розчин.

### ЗАВДАННЯ 1

PM903Q01

Медична сестра хоче вдвічі збільшити час уведення розчину.

Опишіть точно, як саме зміниться величина  $D$ , якщо  $t$  збільшиться вдвічі, а  $k$  і  $V$  при цьому залишаться тими самими.

.....  
.....  
.....

Завдання-приклад,  
було використане в  
циклі PISA-2012

## ***ВІДПОВІДЬ ЗАРАХОВАНО ПОВНІСТЮ***

**Код 21:** Відповідь описує і напрямок зміни і її величину.

- Стане половиною того, що було.
- Буде половина від початкового.
- Стане менше на 50 %.
- Зменшиться удвічі.

## ***ВІДПОВІДЬ ЗАРАХОВАНО ЧАСТКОВО***

**Код 11:** У відповіді зазначено лише напрям зміни або лише величину зміни.

- *D* стане менше (не вказано на скільки)
- Зміниться на 50 % (не вказано напрям зміни)
- *D* збільшиться на 50 % (неправильний напрям зміни, але правильна її величина)

## ***ВІДПОВІДЬ НЕ ЗАРАХОВАНО***

**Код 01:** Інші відповіді.

**Код 99:** Відповіді немає.

# Типові помилки

- **неправильні міркування,**
- **помилки у розрахунках,**
- **труднощі у зв'язку з необхідністю виразити одну змінну через інші**
- **спроба розв'язати для якогось конкретного значення**
  - Зменшиться у 120 разів
  - Збільшиться вдвічі
  - Недостатньо даних щоб відповісти
  - Стане меншою

518. Як зміниться частка, якщо:

- 1) ділене збільшити в 7 разів;
- 2) ділене зменшити у 2 рази;
- 3) дільник збільшити в 4 рази;
- 4) дільник зменшити в 5 разів;
- 5) ділене збільшити у 8 разів, а дільник — у 2 рази;
- 6) ділене зменшити в 9 разів, а дільник — у 3 рази;
- 7) ділене збільшити в 6 разів, а дільник зменшити у 2 рази;
- 8) ділене зменшити в 6 разів, а дільник збільшити у 2 рази?



8. Як зміниться частка, якщо:

- 1) ділене збільшити в 7 разів;
- 2) ділене зменшити у 2 рази;
- 3) дільник збільшити в 4 рази;
- 4) дільник зменшити в 5 разів;
- 5) ділене збільшити у 8 разів, а дільник — у 2 рази;
- 6) ділене зменшити в 9 разів, а дільник — у 3 рази;
- 7) ділене збільшити в 6 разів, а дільник зменшити у 2 рази;
- 8) ділене зменшити в 6 разів, а дільник збільшити у 2 рази?

# Завдання PM953Q02 - P-value 42,6

- ⟨ Категорія – «Невизначеність і дані»;
- ⟨ контекст – науковий;
- ⟨ процес – інтерпретувати

Для розв'язання завдання учні / студенти мають зрозуміти результати статистичних досліджень, які можуть бути наведені в реальних статтях, звітах, телевізійних передачах, інтернет-публікаціях тощо та зробити на їх основі правильні висновки.

## ПІДТРИМКА ПРЕЗИДЕНТА

У Зедландії проводилось опитування населення, метою якого було визначення рівня підтримки президента на майбутніх виборах. Чотири газети провели свої власні опитування населення країни. Результати цих опитувань наведені нижче.


Газета 1: 36,5 % (опитування проводилося 6 січня на випадковій вибірці з 500 громадян, які мають право голосувати).

Газета 2: 41,0 % (опитування проводилося 20 січня на випадковій вибірці з 500 громадян які мають право голосувати).

Газета 3: 39,0% (опитування проводилося 20 січня на випадковій вибірці з 1000 громадян які мають право голосувати).

Газета 4: 44,5 % (опитування проводилося 20 січня, було опитано 1000 осіб, які самі подзвонили, щоб проголосувати).

Результати якої газети найкраще використати для прогнозування рівня підтримки президента, якщо вибори відбудуться 25 січня? Щоб обґрунтувати Вашу відповідь, наведіть дві причини, чому саме результати цієї газети варто використати.



Аналогічне завдання було використане в циклі PISA-2003, P-value 35,6

## ***ВІДПОВІДЬ ЗАРАХОВАНО ПОВНІСТЮ***

**Код 21:** Газета 3. Наведено хоча б дві причини з таких: найближче до виборів опитування; великий обсяг вибірки; випадкова вибірка; були опитані лише ті особи, що мають право голосу. Додаткова інформація (така, що не стосується питання, або неправильна) не враховується.

- Газета 3, тому що відібрали випадково більше громадян, які мають право голосу.
- Газета 3, тому що було опитано 1000 випадково вибраних осіб і час опитування ближче до дати виборів, отже, у тих, хто буде голосувати, залишається менше часу, щоб змінити свою думку.
- Газета 3, тому що були відібрані випадковим чином і мають право голосувати.
- Газета 3, тому що вони опитали більше людей в терміни, що ближчі до дати виборів.
- Газета 3, тому що 1000 людей були вибрані випадково.

## ***ВІДПОВІДЬ НЕ ЗАРАХОВАНО***

**Код 01:** Інші відповіді.

**Код 99:** Відповіді немає.

# Типові помилки

- < відповідь без пояснення
  - < переписування частини умови без наведення будь-якого коментаря
  - < невизначена відповідь
    - Газета 3;
    - Мені здається газета 3;
    - Газета 3: 39,0% (опитування проводилось 20 січня на випадковій вибірці з 1000 громадян, що мають право голосувати);
- «Всі газети мають переконливі дані»



# ВИСНОВКИ

1. Приділяти увагу розвитку вмінь учнів/студентів бачити математику у реальному світі.
2. Включати до розгляду на уроках завдання практичної спрямованості.
3. Мотивувати учнів до вивчення математики цікавими завданнями.
4. Готувати учителів математики до викладання цікавої математики.

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!